

Chapitre 1 :

Les matériaux magnétiques

1- Introduction

1.1- Quelques dates

Les pierres magnétiques sont connues depuis l'antiquité. Elles ont été utilisées très tôt par les marins comme boussole.

Avant 1600, Gilbert effectue des recherches sur le magnétisme terrestre et émet l'hypothèse que la terre est un aimant géant.

1819, Oersted observe que des fils conducteurs parcourus par un courant électrique créent un champ magnétique.

1820, Biot et Savart puis Ampère établissent des relations expérimentales sur le champ magnétique et sa production par des courants électriques.

1.2- Notion de dipôle magnétique

Du point de vue de la réactivité à un champ électrique on distingue deux grands types de milieux : Les isolants ou diélectriques qui réagissent en se polarisant et les conducteurs qui réagissent en créant un courant électrique. Par contre tous les milieux ont un comportement semblable en présence d'un champ magnétique, ils s'aimantent.

On distingue néanmoins ceux qui possèdent un moment magnétique propre susceptible de s'orienter dans un champ magnétique extérieur et qui donnent lieu aux phénomènes de paramagnétisme et de ferromagnétisme. Et ceux qui n'en possèdent pas. Dans ces derniers, à cause des phénomènes d'induction, le champ magnétique entraîne la création d'un moment magnétique opposé au champ. C'est l'origine du diamagnétisme.

L'ensemble des phénomènes physiques liés au magnétisme repose sur la notion de dipôle magnétique.

1.1.1- Moment magnétique d'un dipôle

De manière générale, l'induction magnétique créée par une distribution de courant est donnée par la loi de Biot et Savart :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$$

Lorsque la distribution de courant est localisée, le champ qu'elle produit à grande distance, de même que les actions mécaniques qu'elle subit, peuvent être décrits par une quantité vectorielle, le **moment magnétique** :

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \iiint \vec{r}' \times \vec{j}(\vec{r}') d^3r'$$

1.1.2- Champ magnétique créé par un dipôle

Le potentiel vecteur créé par une distribution de courant dont le moment magnétique est \vec{m} vaut :

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$$

On en déduit l'induction magnétique :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \overline{\text{rot}} \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{m}) - \vec{m}}{r^3}$$

Où \vec{n} est le vecteur unitaire dans la direction \vec{r}

1.1.3- Actions mécaniques subies par un dipôle

Dans un champ inhomogène, la distribution de courant correspondant au moment magnétique \vec{m} subit une force :

$$\vec{F} = \overline{\text{grad}}(\vec{m} \cdot \vec{B})$$

qui tend à déplacer le moment magnétique vers la zone de champ maximal

Attention, cette expression n'est valable que pour un moment magnétique \vec{m} constant

Ce même moment magnétique subit un couple : $\vec{\Gamma} = \vec{m} \times \vec{B}$ qui tend à orienter le moment magnétique dans la direction de \vec{B}

1.1.4- Moment magnétique d'une boucle de courant

Si un courant I circule sur une boucle filiforme, le moment magnétique est :

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \oint \vec{r} \times d\vec{l} = I \vec{S}$$

Où \vec{S} est le vecteur surface du circuit.

1.1.5- Lien entre moment magnétique et moment cinétique

Le moment magnétique d'une distribution de charges ponctuelles q_i , situées aux points \vec{r}_i et animées de vitesses \vec{v}_i est :

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \sum q_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i$$

Le moment cinétique de la charge q_i est : $\vec{l}_i = m_i \vec{r}_i \times \vec{v}_i$

Le moment magnétique est donc : $\vec{m} = \sum \frac{q_i}{2m_i} \vec{l}_i$

Pour un électron dans un atome le moment magnétique orbital est : $\vec{m} = \frac{-e}{2m_e} \vec{l}$

De manière générale le **moment magnétique d'un atome** est proportionnel à son moment cinétique total (contribution orbital et de spin) :

$$\vec{m} = g \left(\frac{-e}{2m_e} \right) \vec{\sigma} = \gamma \vec{\sigma}$$

Où g est appelé **facteur de Landé** et γ **rapport gyromagnétique**

1.1.6- Origine microscopique de l'aimantation

• **Moment magnétique orbital :**

Le mouvement des électrons dans l'atome crée des boucles de courant. Le moment magnétique associé à ces mouvements orbitaux entre pour une part dans le moment magnétique d'un atome mais il ne suffit pas à rendre compte de toute l'aimantation.

• **Moment magnétique intrinsèque de l'électron et des nucléons :**

Chaque particule élémentaire possède un moment magnétique associé à son moment cinétique intrinsèque (le spin). Le moment magnétique de l'électron est quasiment égal au « magnéton de Bohr » :

$$\vec{m}_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

Le moment magnétique des nucléons est mille fois plus faible que celui des électrons. Dans un atome ou une molécule, les propriétés magnétiques sont donc essentiellement dues aux électrons.

Nous allons dans ce qui suit nous intéresser aux propriétés magnétiques macroscopiques de la matière.

2- Aimantation macroscopique

Un milieu est dit magnétique si la présence d'un champ magnétique exciteur entraîne l'apparition d'un moment magnétique macroscopique. Pour quantifier ce phénomène, on introduit une grandeur locale appelée **vecteur aimantation** et définie comme le moment magnétique par unité de volume :

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}$$

Où $d\vec{m}$ est le petit moment magnétique apparaissant dans l'élément de volume dV par l'action du champ perturbateur.

$$[M] = A.m^{-1} \text{ comme } [H]$$

Si la matière est constituée de différents types d'atomes : N_i atomes de type i par unité de volume de moment magnétique \vec{m}_i , l'aimantation s'écrit :

$$\vec{M} = \sum_i N_i \vec{m}_i$$

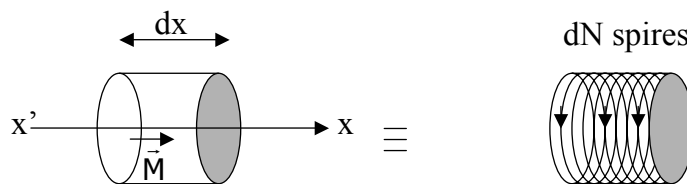
On peut modéliser le moment magnétique élémentaire $d\vec{m}$ par une petite spire circulaire représentant au niveau de chaque atome ou molécule du milieu le mouvement supplémentaire imposé aux électrons du fait du champ exciteur. Quand on raisonne à l'échelle du milieu il existe toujours un nombre suffisant d'atomes ou molécules localement alignés pour remplacer ces spires individuelles « empilées » par un solénoïde cylindrique de longueur très supérieure à son rayon.

On parle de **solénoïde d'ampériens locaux**.

Ce modèle très simple a l'avantage de se ramener à un circuit dont l'induction magnétique est simple et connue : $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{u}_x$ à l'intérieur du solénoïde, infini selon (Ox) , et 0 à l'extérieur.

3- Induction magnétique B

Considérons un volume élémentaire dV de matière aimantée par un champ exciteur \vec{B}_{ext} . On peut définir dV par le produit $dx \cdot dS$ où dx est la longueur du cylindre et dS la surface de sa section droite de telle sorte que $dx \gg dS$. Il peut être considéré comme un solénoïde de longueur dx ayant dN spires parcourues par le courant I .



Cylindre uniformément aimanté le long de son axe

Solénoïde parcouru par un courant I

L'induction magnétique créée par le solénoïde d'ampériens locaux s'écrit à l'intérieur de son volume:

$$\vec{B}_i = \mu_0 \frac{dN}{dx} I \vec{u}_x$$

Par ailleurs le moment magnétique de ce solénoïde élémentaire s'écrit : $d\vec{m} = dN \cdot I \cdot dS \vec{u}_x$

Le milieu présente donc une aimantation : $\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = \frac{dN \cdot I \cdot dS}{dS \cdot dx} \vec{u}_x = \frac{dN}{dx} I \vec{u}_x$

On obtient donc : $\vec{B}_i = \mu_0 \vec{M}$

Cette induction est la réponse du milieu à l'excitation et est colinéaire et proportionnelle à l'aimantation qu'a induit \vec{B}_{ext}

L'induction magnétique totale est la superposition des deux inductions : $\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \vec{B}_i$

4- Champ magnétique H

Contrairement à l'induction, le champ magnétique continue à vérifier dans la matière le théorème d'Ampère au sens des courants libres, c'est-à-dire **qu'il ignore les courants d'aimantation**, =>

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_{ext}}{\mu_0}$$

L'induction magnétique totale s'écrit donc : $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$

5- Courants d'aimantation

D'après l'équation de Maxwell-Ampère on a : $\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_{libre} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

En utilisant la relation précédente on peut aussi écrire : $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j}_{libre} + \text{rot} \vec{M} \right) + \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Que l'on peut comparer à l'expression habituelle : $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

en ne tenant compte que du phénomène d'aimantation et en supposant que : $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$

Ainsi $\text{rot} \vec{M}$ est analogue à une densité volumique de courant.

On pose $\text{rot} \vec{M} = \vec{j}_a$ la densité de courants volumiques d'aimantation.

Ces courants microscopiques induits par le champ exciteur sont « fictifs » dans la mesure où ils ne sont pas observables puisqu'internes aux atomes et aux molécules.

Ils sont réels dans la mesure où ils créent l'induction magnétique \vec{B}_i

On démontre aussi que la surface limitant un milieu aimanté est le siège de courants surfaciques microscopiques, dits d'aimantation, d'expression locale :

$$\vec{j}_s = \vec{M} \times \vec{n}$$

Où \vec{n} est le vecteur normal à la surface de la matière et orienté vers l'extérieur

6- Polarisation magnétique J

Elle est définie par : $\vec{J} = \mu_0 \vec{M}$ d'où $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J}$

7- Détermination expérimentale des propriétés magnétiques

En plaçant un matériau magnétique dans un solénoïde torique il est possible de mesurer simultanément \vec{H} et \vec{B}

On a donc un accès direct à l'aimantation \vec{M}

Un enroulement de N spires de surface S également réparties sur un tore de circonférence l est parcouru par un courant électrique d'intensité I.

L'application du théorème d'Ampère sur un cercle à l'intérieur du tore nous donne :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H.l = I_{\text{libre}} = N.I$$

$$\text{Soit } H = \frac{N.I}{l}$$

C'est donc directement H que l'on mesure lorsque l'on mesure l'intensité du courant qui alimente le solénoïde.

Mesurons la différence de potentiel qui apparaît aux bornes du solénoïde lorsque l'on change I. Si la résistance du solénoïde est négligeable, on mesure la force électromotrice :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -NS \frac{dB}{dt}$$

En intégrant sur le temps, on en déduit B.

Connaisant H et B on en déduit le module de l'aimantation M.

8- Réponse de la matière à un champ magnétique

Tous les corps (sauf quelques exceptions) étant formés d'atomes individualisés ou associés en molécules ou d'ions, les électrons ne sont pas libres (sauf les électrons de conduction dans les métaux) mais localisés dans des orbitales. Le mouvement de ces charges autour des noyaux constitue un courant microscopique responsable d'un moment magnétique électronique. A l'échelle de l'atome, de l'ion ou de la molécule, le moment total est la somme vectorielle de tous les moments électroniques et vaut une certaine valeur.

Par contre à l'échelle macroscopique, le moment magnétique d'un échantillon de matière est nul.

Dans le cas où les moments individuels des atomes, ions ou molécules sont nuls cela va de soi.

Dans le cas contraire, l'agitation thermique oriente sans cesse ces dipôles dans des directions aléatoires, avec une égale probabilité pour toutes les orientations rendant la somme des vecteurs nulle.

Ainsi aucun milieu ne présente une aimantation spontanée lorsque la température est suffisamment importante.

L'introduction d'un champ magnétique exciteur perturbe les mouvements électroniques et modifie le moment magnétique de chaque électron. Le moment magnétique total peut ainsi prendre une valeur non nulle.

L'aimantation \vec{M} est une variable de configuration de la matière au même titre que la polarisation électrique ou la déformation élastique.

Elle dépend surtout du champ et de l'induction magnétiques, mais aussi de paramètres extérieurs comme la température, la pression, l'histoire du matériau, la direction d'application du champ

8.1- Différents types de comportement magnétique d'une substance

Caractérisation magnétique d'un matériau : mesure de \vec{M} ou \vec{B} (ou plus simplement M_H et B_H leur projection sur \vec{H}) en fonction de \vec{H}

Courbes d'aimantation : $M(H)$ et $B(H)$

➔ matériaux isotropes

➔ **réponse linéaire** : $\vec{M} = \chi \vec{H}$ χ : susceptibilité magnétique scalaire, sans dimension ds le sys MKSA

➔ **réponse non linéaire** : $\chi = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{H_0}$

χ caractérise la réponse pour un champ voisin de H_0 on l'appelle susceptibilité magnétique différentielle

➔ matériaux anisotropes

$$\vec{M} = [\chi] \vec{H}$$

└───────────> tenseur de susceptibilité

8.2- Classification des matériaux d'un point de vue magnétique

• Matériaux diamagnétiques :

- Matériaux qui ne comportent que des atomes non magnétiques, aimantation induite par le champ qui disparaît lorsque ce champ est nul

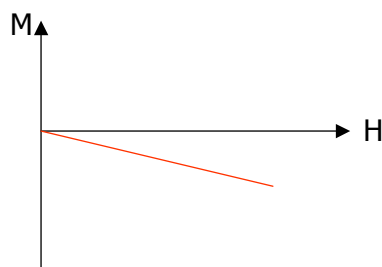
- origine de ce magnétisme induit : modification du mouvement orbital des électrons sous l'effet du champ appliqué

- aimantation macroscopique colinéaire au champ exciteur mais de sens opposé. Le courant induit sous l'action du champ extérieur crée un champ qui s'oppose au champ extérieur.

- aimantation et champ exciteur faiblement proportionnels (comportement linéaire, $\chi < 0$ et faible)

- χ indépendante de la température

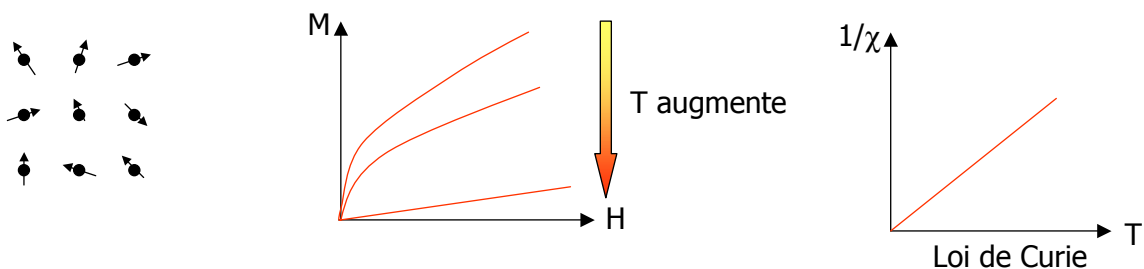
- tous les corps sont diamagnétiques, mais ce phénomène est peu important et n'est visible que si les atomes ou molécules ne possèdent pas de moment magnétique individuel intrinsèque qui masquerait l'effet



Exemples : cuivre, zinc, or, argent, silicium, plomb, alumine,...

• Matériaux paramagnétiques :

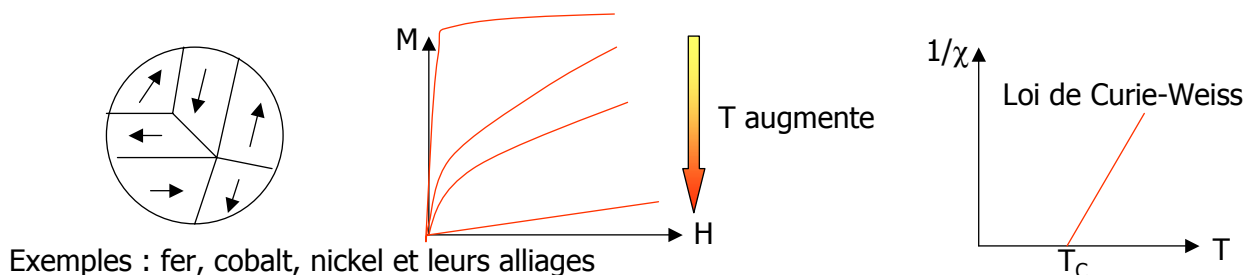
- les atomes portent un moment magnétique permanent dont l'orientation est aléatoire. Les distances interatomiques ou intermoléculaires sont suffisamment importantes pour que les moments n'exercent aucune interaction mutuelle
⇒ en l'absence de champ extérieur, ils ne sont soumis qu'à l'agitation thermique et l'aimantation globale est nulle
- sous l'effet d'un champ magnétique, l'orientation moyenne des moments change sous l'effet du couple qui les ramène suivant la direction et le sens du champ
⇒ apparition d'une aimantation induite parallèle au champ
- champ et aimantation de même sens ($\chi > 0$ et faible mais ~ 10 à 1000 fois plus grande que pour les matériaux diamagnétiques)
- χ décroît avec la température car l'agitation thermique qui gêne l'orientation des dipôles suivant le champ croît
- comportement d'autant plus linéaire que T est grande



Exemples : aluminium, platine, manganèse, sodium, ...

• Matériaux ferromagnétiques :

- Les atomes ou molécules possèdent chacun un moment magnétique individuel et ils sont en interaction avec leurs plus proches voisins => alignement collectif sur des domaines de l'ordre du micromètre.
=> existence de domaines spontanément aimantés : domaines de Weiss
Mais direction de l'aimantation variable d'un domaine à l'autre du fait de l'agitation thermique => aimantation totale nulle
- modification des domaines sous l'effet d'un champ magnétique
⇒ apparition d'une aimantation induite parallèle au champ
- champ et aimantation de même sens ($\chi > 0$ et élevée)
- χ décroît avec la température car l'agitation thermique croît
- comportement essentiellement non linéaire (χ non constant avec H)
- si on supprime le champ, les domaines reprennent partiellement leur indépendance, mais les interactions magnétocristallines résiduelles font que les moments de chaque domaine restent partiellement alignés sur le champ initial => aimantation rémanente. Qui disparaît si la température augmente ou si on applique un nouveau champ de sens opposé.



Exemples : fer, cobalt, nickel et leurs alliages

• **Matériaux ferrimagnétiques et antiferromagnétiques :**

- Pour certains cristaux ioniques, dont la maille contient au moins deux espèces chimiques différentes, chaque ion possède un moment permanent différent et n'interagit pas de la même manière avec ceux de son espèce et avec les autres.

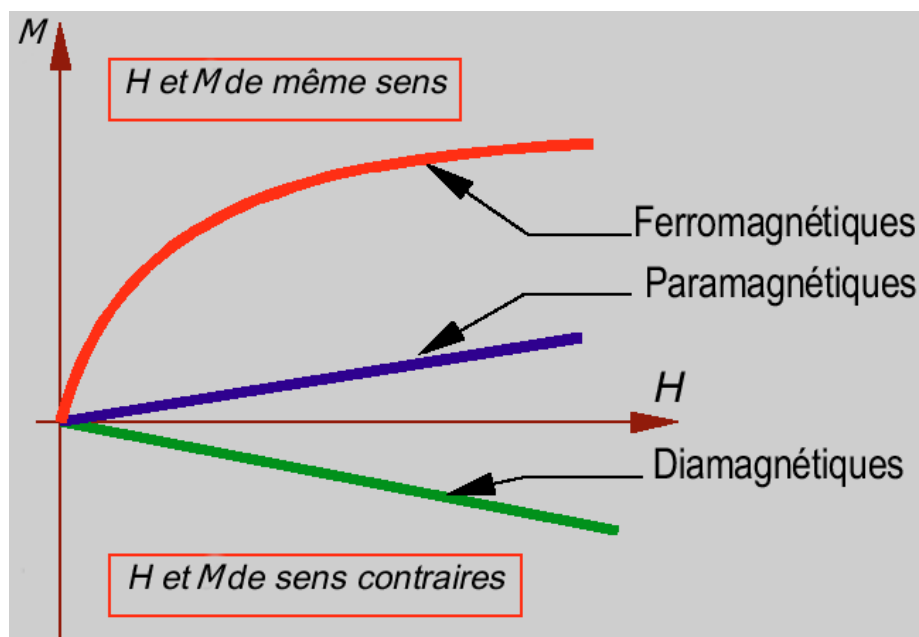
=> corps ferromagnétiques mais domaines d'aimantation modérée parce que les différents dipôles prennent des orientations opposées et se neutralisent partiellement. C'est comme si il existait deux sous réseaux d'aimantation opposée : ferrimagnétisme.

Exemple : Fe_3O_4 , $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{CoO}$, ...

- Lorsque les deux sous réseaux se neutralisent parfaitement : antiferromagnétisme

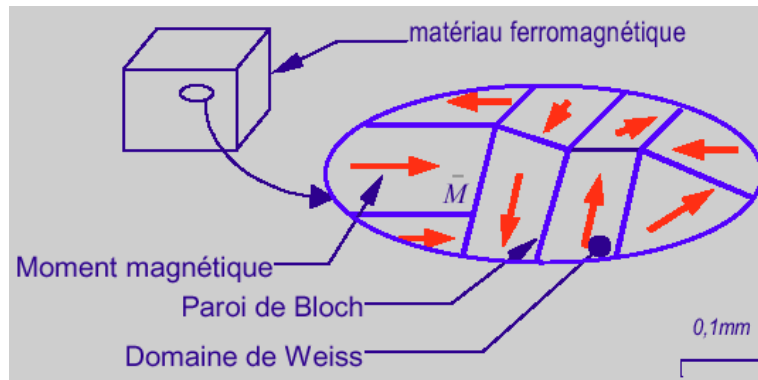
Exemple : Fe_3O_4 , $\text{Fe}_2\text{O}_3\text{CoO}$, ...

8.3- Résumé



9- Polarisation des matériaux ferromagnétiques

9.1- Organisation en domaines



Un moment magnétique apparaît au niveau de chaque atome

Domaine de Weiss : région où tous les moments magnétiques sont identiques

Paroi de Bloch : Lors du transit d'un domaine de Weiss à un autre, les moments magnétiques changent de direction dans les parois de Bloch pour atteindre celle du nouveau domaine.

Weiss (Pierre), physicien français (1865-1940). Théorie du ferromagnétisme en 1907. Académie des sciences en 1926.

Bloch (Félix), physicien américain d'origine suisse (1905-1983). Prix Nobel de physique en 1952 avec E. Purcell.

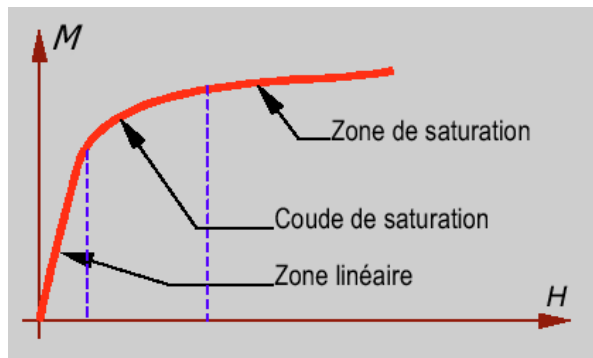
9.2- Courbe de 1^{ère} aimantation

Matériau initialement démagnétisé (pas d'aimantation)

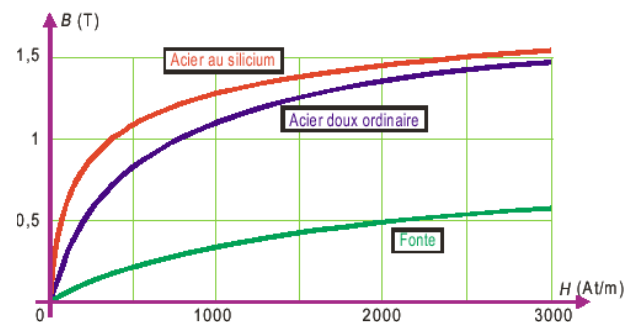
Sous l'action d'un champ magnétique croissant

⇒ déplacement des parois de Bloch

⇒ grossissement des domaines énergétiquement favorisés et disparition des autres



On observe 3 zones dans la courbe de première aimantation : linéaire, coude de saturation, saturation



Courbes de première aimantation de matériaux courants

9.3- Cycle d'hystérésis

Le matériau étant magnétisé, on diminue le champ H

⇒ l'aimantation ne repasse pas sur la même courbe

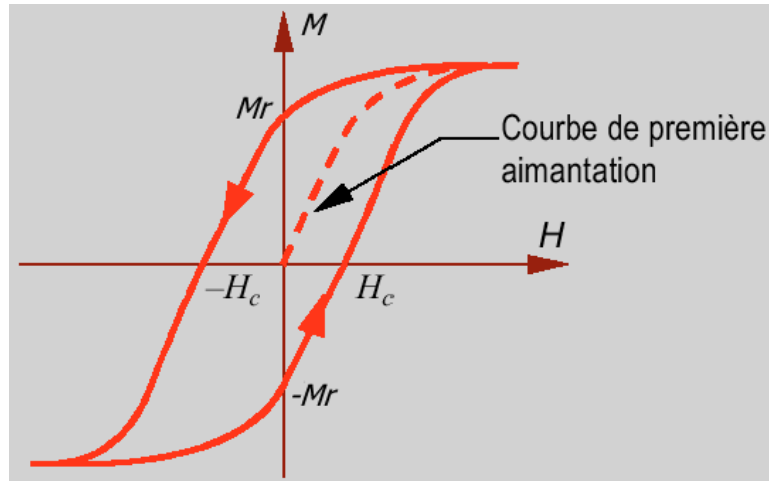
en particulier, pour un champ nul, l'aimantation garde une valeur > 0 :

M_R aimantation rémanente

le champ d'excitation doit s'inverser pour annuler M :

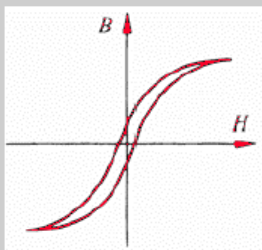
H_C champ coercitif

L'aimantation maximale est finie : aimantation de saturation M_{sat}

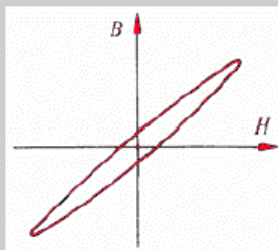


9.4- Cycle d'hystérésis de différents matériaux

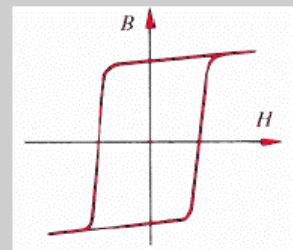
Différents matériaux



Permalloy (Fe-Ni)

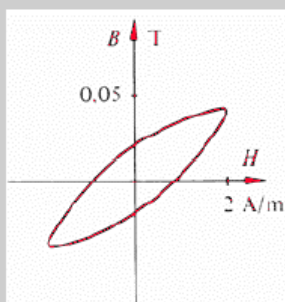


Isoperm (Fe-Ni)

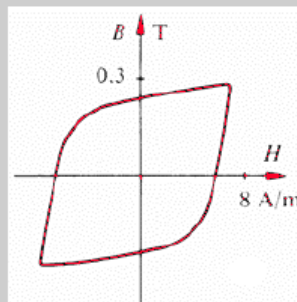


Alnico (Fe - Ni - Cu - Co)

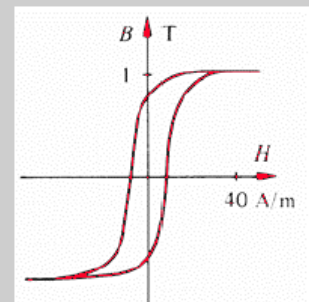
Différentes amplitudes de l'excitation appliquées au même matériau



Amplitude très faible



Amplitude moyenne



la saturation est atteinte.

9.5- Classification des matériaux ferromagnétiques

Matériaux ferromagnétiques doux

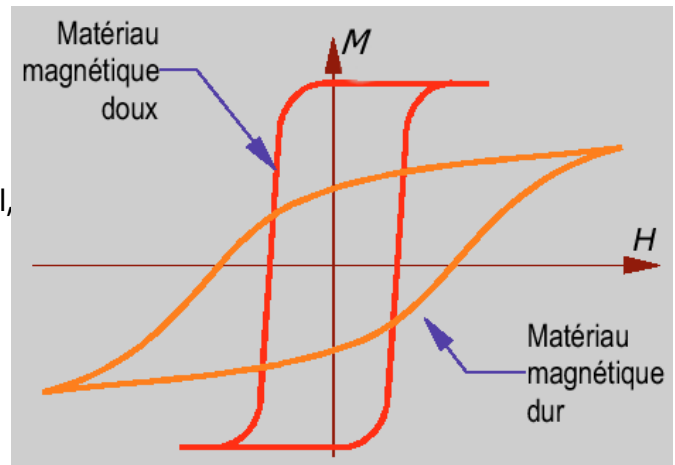
- l'aimantation croît rapidement avec le champ appliqué
- M_R plutôt élevée
- H_C plutôt faible
→ démagnétisation aisée
- Surface du cycle d'hystérésis faible

Ex : fer, certains aciers de fer et nickel, des ferrites

Matériaux ferromagnétiques durs

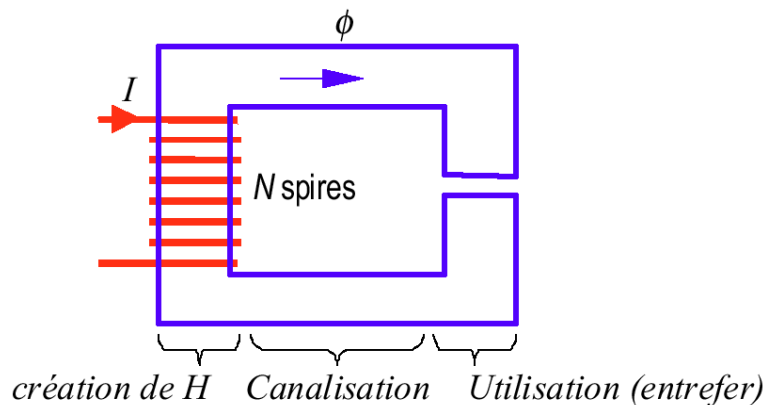
- l'aimantation croît lentement avec le champ appliqué
- M_R plutôt faible
- H_C plutôt élevé
→ démagnétisation difficile : application aux aimants permanents
- Surface du cycle d'hystérésis grande
→ pertes magnétiques (proportionnelles à l'aire du cycle) assez importantes

Ex : magnétite, alliage AlNiCo, aciers spéciaux



10- Applications des matériaux ferromagnétiques

10.1- Produire et canaliser le champ



10.1- Applications technologiques

Échange d'énergie entre deux enroulements électriques : transformateur

Force portante : électroaimants (contacteurs, relais, vibreurs, levage)

Sustentation : paliers magnétiques, train à sustentation magnétique

Mouvement : rotation dans la machine à courant continu ou dans les appareils de mesure à cadre mobile

Champ tournant : machine asynchrone, machine synchrone, moteur pas à pas

11- Exercices

11.1- Evaluation des pertes par hystérésis

Une ferrite est un matériau non conducteur (donc pas de pertes par courants de Foucault) et possédant des propriétés magnétiques macroscopiques de type ferromagnétique. Pour une extension faible des champs, son cycle d'hystérésis est assimilé à deux arcs de paraboles

$$B = \mu_0 \left[(\mu_i + \alpha H_m) H \pm \frac{\alpha}{2} (H_m^2 - H^2) \right], -H_m \leq H \leq H_m, H_m \leq \frac{H_{sat}}{10}$$

Où α et μ_i sont des constantes positives.

Un volume torique de ce matériau de rayon moyen R et de section s avec $s \ll R^2$ (tore fin) constitue un noyau autour duquel sont enroulés N spires de fil conducteur, de résistance négligeable et alimentées par un générateur de courant

$$i(t) = I_m \cos(\omega t) \quad H = H_m \text{ pour } i = i_m$$

Le système fonctionne en régime permanent (cycle stabilisé) et les lignes de champ sont supposées orthoradiales.

a) Dessiner et orienter le cycle d'hystérésis dans le sens de parcours. Que traduit α ?

b) Déterminer l'excitation magnétique $H(t)$ dans le tore.

c) Montrer que la tension $u(t)$ apparaissant aux bornes de la bobine est de la forme :

$$u(t) = E_1 \sin(\omega t) \pm E_2 \sin(2\omega t) = u_1(t) + u_2(t)$$

Le signe \pm correspondant à celui de la relation $B(H)$. Exprimer E_1 et E_2 en fonction de μ_0 , N , μ_i , s , α , H_m et ω .

d) La tension $u(t)$ apparaît périodique, mais non sinusoidale. Après avoir représenté les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$, donner le développement en série de Fourier de $u(t)$.

e) Calculer l'énergie W_h dissipée par hystérésis au cours d'un cycle, d'abord par les lois de l'électrocinétique, puis par les propriétés du cycle d'hystérésis. Exprimer W_h en fonction de H_m et des caractéristiques du système.

Chapitre 2 :

Les circuits magnétiques linéaires

1- Linéarisation des circuits magnétiques

1.1- Introduction

Relation entre champ et induction : $\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu_R \vec{H} = \mu \vec{H}$

μ : perméabilité absolue et μ_R : perméabilité relative du matériau

But : générer une induction maximale avec un apport d'énergie minimum

⇒ courant mini ⇒ champ mini donc il faut μ très grand ⇒ matériaux ferromagnétiques

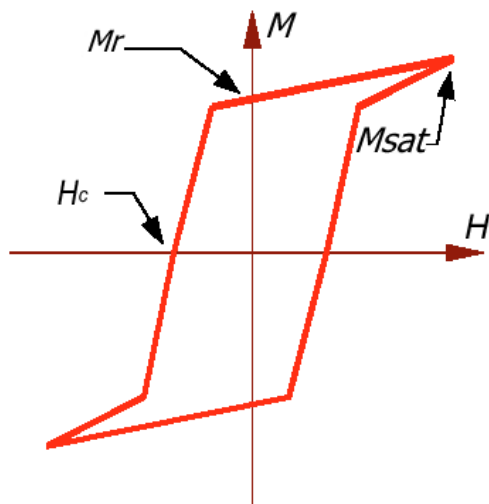
Inconvénient : comportement et grandeurs non linéaires

Pour rendre les études plus aisées

➡ **Linéariser la caractéristique $M=f(H)$ du matériau**

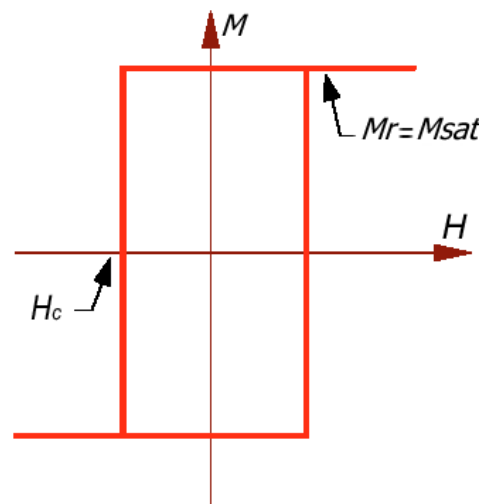
1.2- Différentes linéarisations

Premier groupe de linéarisation



On conserve :

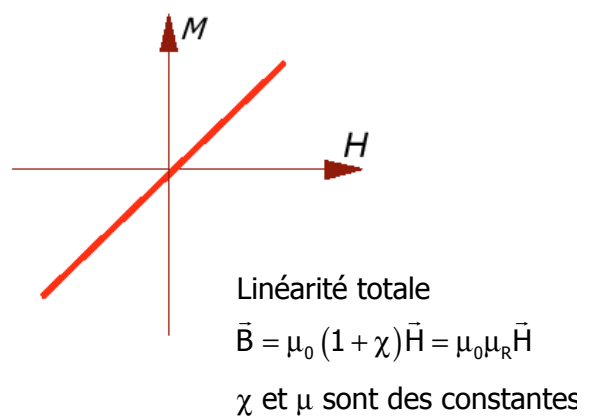
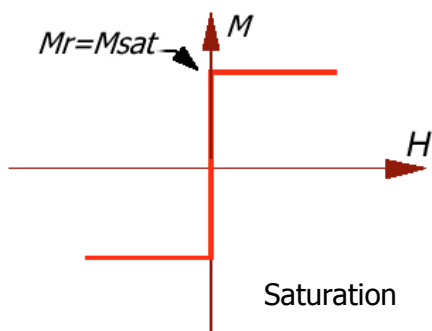
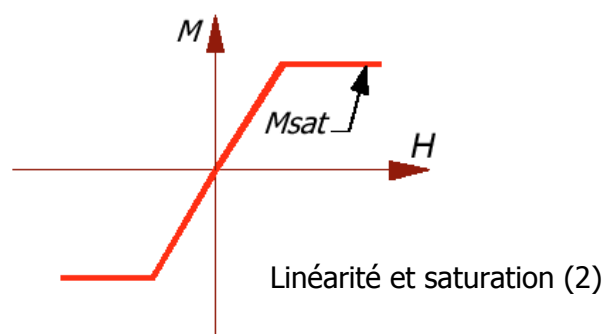
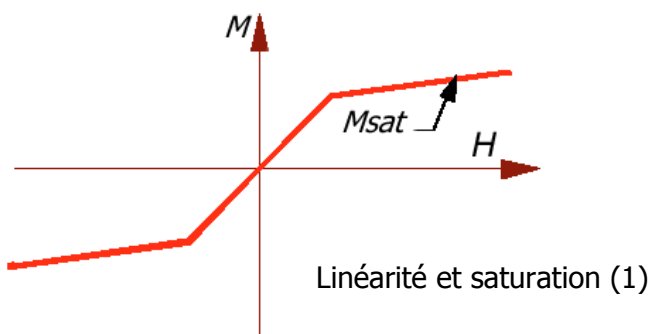
- L'aimantation rémanente M_R
- Le champ coercitif H_C
- L'aimantation de saturation M_{sat}



On conserve :

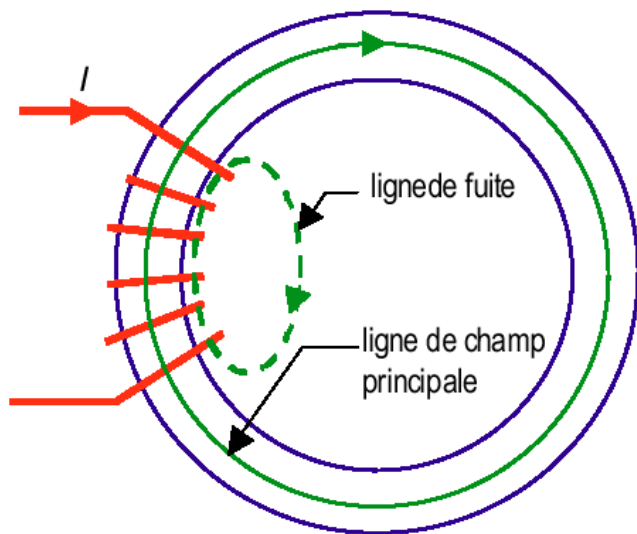
- L'aimantation rémanente M_R qui est égale à l'aimantation de saturation M_{sat}
- Le champ coercitif H_C

Second groupe de linéarisation



2- Les circuits magnétiques parfaits

2.1- Hypothèses sur les lignes de fuite



- Champ d'excitation créé par un bobinage parcouru par un courant I (théorème d'Ampère)
- Pour des raisons de réalisation : il existe un intervalle entre le bobinage et le circuit magnétique
- Le champ d'induction y existe mais dans l'air et pas dans le fer du circuit magnétique
- Les fuites induisent des pertes : ampères-tours qui ne créent pas d'induction dans l'entrefer de destination

Dans un circuit magnétique parfait on considère que les fuites sont nulles

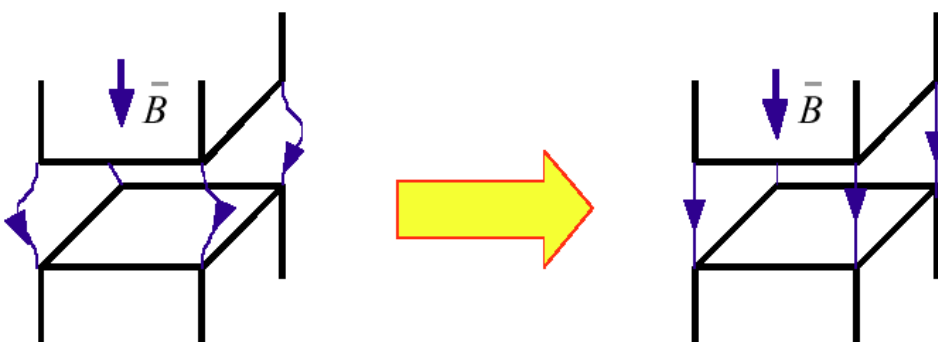
2.2- Hypothèses sur le vecteur induction B

L'induction magnétique est

- **uniforme**
- **constante**
- **orthogonale à chaque section droite** du circuit magnétique

$$\Rightarrow \phi = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \iint B dS = B \iint dS = B.S$$

2.3- Hypothèses dans l'entrefer

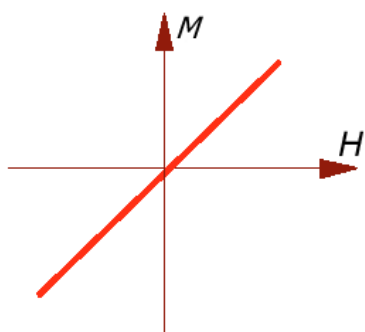


On suppose que le champ reste dans le prolongement du circuit

⇒ Même section de l'entrefer et du circuit magnétique

C'est une autre manière de considérer que les fuites sont nulles au niveau de l'entrefer

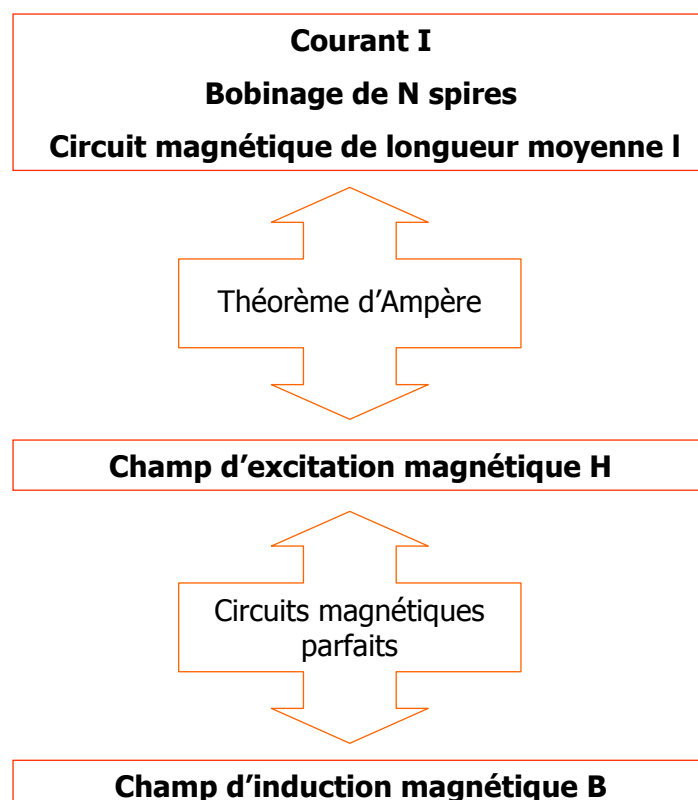
2.4- Conséquences sur le matériau



- le matériau est totalement linéaire
- la perméabilité relative est constante
- Induction et champ sont proportionnels

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_R \vec{H}$$

2.5- Conclusion



3- Relations fondamentales

Un matériau de forte perméabilité tend à canaliser le flux magnétique (plus la perméabilité est grande et plus le flux de fuite, celui qui passe dans l'air est faible)

On peut faire une analogie avec un matériau de forte conductivité électrique qui canalise le courant, flux de la densité de courant électrique

3.1- Force magnétomotrice (fmm)

Un bobinage de N_k spires parcouru par un courant I_k crée la force magnétomotrice $N_k I_k$

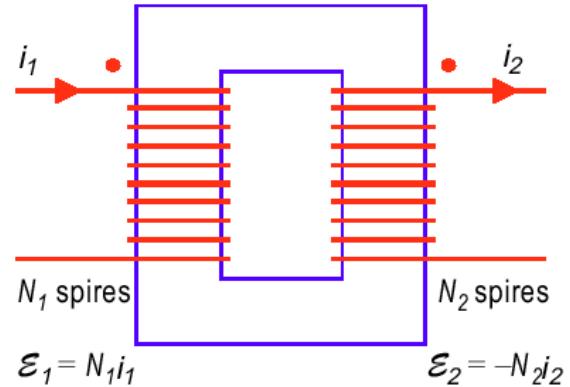
Si plusieurs bobines coexistent les forces magnétomotrices se superposent :

$$\mathcal{E} = \sum \alpha_k N_k I_k$$

Le coefficient α_k traduit le sens de la fmm

Il est obtenu en appliquant la règle des points homologues :

- ➔ des courants entrant par les points homologues de différents bobinages placés sur un circuit magnétique créent des fmm qui s'ajoutent



3.2- Conservation du flux

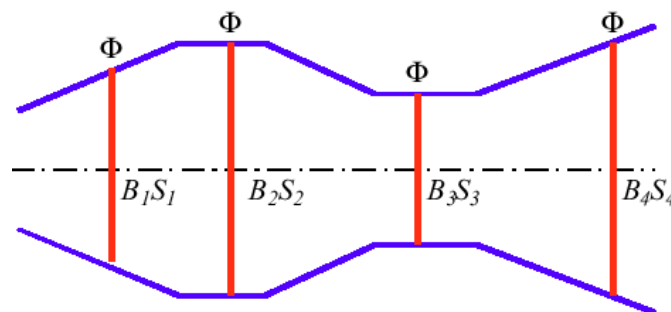
On considère un circuit fermé constitué d'un matériau magnétique parcouru par un flux

On néglige les fuites \Rightarrow un tube de champ de B a la même forme que le matériau

Dans un tube de champ le flux de l'induction est conservatif $\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = cte$

Si on considère que B est homogène sur toute section droite du circuit magnétique, on peut écrire :

$$B_1 S_1 = B_2 S_2 = B_3 S_3 = \dots$$



3.3- Théorème d'Ampère appliqué le long d'une ligne de champ

$$\varepsilon = \sum \alpha_k N_k I_k = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

3.4- Notion de réluctance

Le champ magnétique se décompose sur chaque portion du circuit, ie à chaque changement de section ou de perméabilité

Si on note H_i le champ magnétique sur une portion de matériau de section S_i et de perméabilité relative μ_{Ri} , on a pour un matériau linéaire :

$$H_i = \frac{B_i}{\mu_0 \mu_{Ri}} = \frac{1}{\mu_0 \mu_{Ri}} \frac{\phi}{S_i}$$

Et le théorème d'Ampère peut s'écrire plus simplement : $\varepsilon = \sum \alpha_k N_k I_k = \sum H_i \cdot l_i$
en notant l_i la longueur de chaque portion

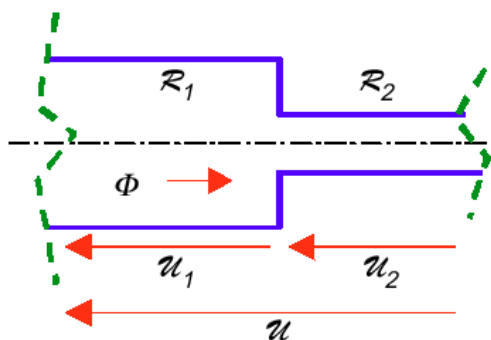
De ces deux équations il découle : $\sum \alpha_k N_k I_k = \sum \frac{1}{\mu_0 \mu_{Ri}} \frac{l_i}{S_i} \phi$

On définit la réluctance magnétique (en H^{-1}) de la portion i par : $\mathfrak{R}_i = \frac{1}{\mu_0 \mu_{Ri}} \frac{l_i}{S_i}$

La perméance magnétique est l'inverse de la réluctance

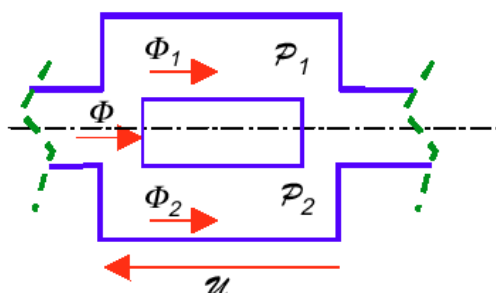
3.5- Association de réluctances

Association série



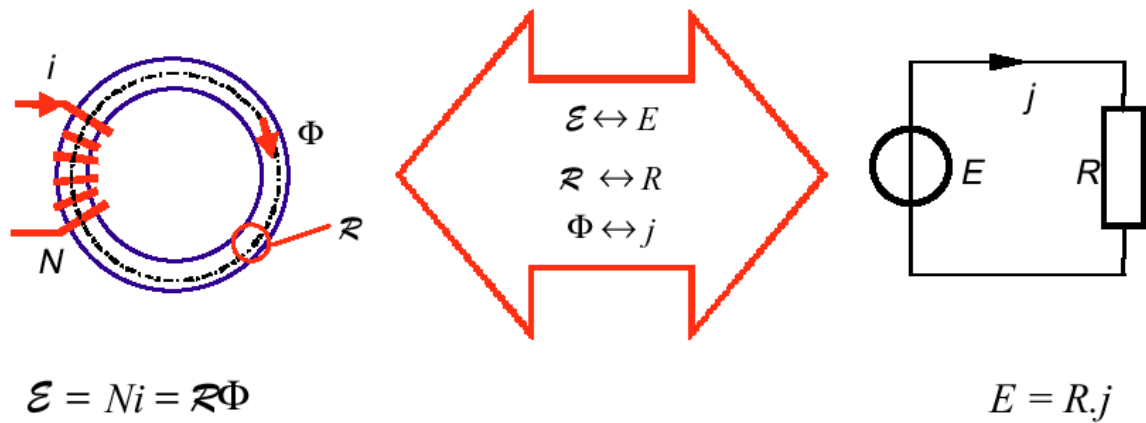
$$\mathfrak{R} = \sum \mathfrak{R}_i$$

Association parallèle



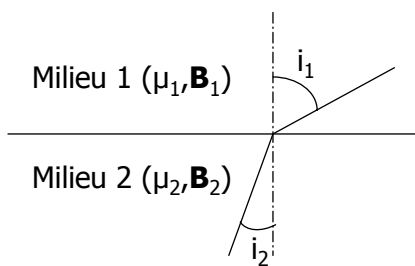
$$\frac{1}{\mathfrak{R}} = \sum \frac{1}{\mathfrak{R}_i}$$

3.6- Analogie électrique



Grandeurs magnétiques	Grandeurs électriques
Force magnétomotrice (A/m ou A;tr/m): $\mathcal{E} = NI$	Force électromotrice (V) : E
Flux d'induction (webers Wb) : ϕ	Courant électrique (A) : i
Réductance : $\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_R} \frac{l}{S}$	Résistance : $R = \rho \frac{l}{S}$
ddp magnétique : $\mathfrak{A} = \mathfrak{R}\phi$	ddp électrique : $U=R.i$
Maille magnétique : $\sum_{\text{maille}} \mathfrak{A}_m$	Maille électrique : $\sum_{\text{maille}} U_m$
Nœud magnétique : $\sum_{\text{noeud}} \phi_n$	Nœud électrique : $\sum_{\text{noeud}} i_n$

3.7- Annexe : concentration des lignes de champ par un matériau à forte perméabilité



A l'interface : - conservation de la composante normale de **B**
 - conservation de la composante tangentielle de **H**

1^{ère} approximation : milieux linéaires

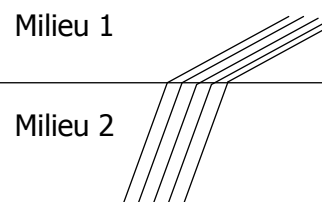
$$\Rightarrow \mathbf{B}_1 = \mu_1 \mathbf{H}_1 \text{ et } \mathbf{B}_2 = \mu_2 \mathbf{H}_2$$

$$\text{Et on a : } \tan i_1 = \frac{B_{1T}}{B_{1N}} \text{ et } \tan i_2 = \frac{B_{2T}}{B_{2N}} \text{ d'où } \frac{\tan i_1}{\tan i_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Exemple : milieu 1 = alliage de fer ($\mu=1000 \mu_0$), milieu 2 = air (μ_0)

$$\Rightarrow$$

i_1 (°)	0	30	60	87	89°20'	90
i_2 (°)	0	0°02'	0°06'	1	5	90



$\Rightarrow i_2$ toujours très petit devant i_1 sauf quand i_1 très proche de 90°

\Rightarrow Les lignes de champ sont beaucoup plus resserrées dans les matériaux de forte perméabilité relative : elles se concentrent dans les matériaux doux

- Lignes de champ plus resserrées que dans l'air même pour les matériaux non-linéaires anisotropes
- **Flux de fuite** = flux qui passe dans l'air : d'autant plus faible que μ est grande
- Intérêt de la concentration du flux : travailler à des inductions élevées pour des courants d'excitation modérés

3.8- Exemple 1

Un volume torique, de faible épaisseur par rapport au rayon moyen est constitué de trois parties :

- une pièce de matériau ferromagnétique dur (aimant), de longueur $\lambda=4$ cm
- deux pièces en matériau ferromagnétique doux, de longueur totale $L=20$ cm
- un entrefer d'épaisseur a , de même section que le tore

Le matériau dur est caractérisé par un cycle d'hystérésis rectangulaire avec les valeurs remarquables : $B_m=1$ T et $H_c=5.10^4$ A.m⁻¹

Le matériau doux est linéaire de perméabilité relative $\mu_r=5000$

Dans le bobinage de $N=4000$ tours de fil autour du noyau magnétique circule un courant d'intensité i . Les fuites magnétiques sont négligeables.

1.1-Montrer que le circuit magnétique et le bobinage parcouru par i imposent aux variables B et H caractérisant l'aimant de longueur λ , déjà liées par le cycle d'hystérésis, de vérifier une deuxième relation à exprimer.

1.2-Simplifier cette relation, compte tenu des valeurs numériques et sachant que $a>1$ mm.

2-On impose $a=a_1=5$ mm

2.1-Donner la relation précédente sous forme numérique où i tient lieu de paramètre. La représenter sur le graphe du cycle d'hystérésis pour $i=2$ A.

2.2-A présent i varie alternativement entre $i_{m1}=2$ A et $-i_{m1}$. Représenter graphiquement les variations de B en fonction de i en indiquant par des flèches le sens de parcours du cycle obtenu et en précisant les valeurs de i pour les points M, P, Q, R

3-Reprendre l'étude précédente avec $a=a_2=2$ mm et $i_{m2}=1,2$ A.

4.1-Quelle est pour chacune des deux valeurs de a , la valeur du champ magnétique B dans l'entrefer si, après une série de cycles, le courant i est ramené de i_m à 0.

4.2-Dans le cas $a=a_1=5$ mm, quelle serait la longueur minimale à donner à λ , toutes les autres dimensions et caractéristiques étant inchangées, pour que, une fois le bobinage enlevé après aimantation, le champ magnétique résiduel dans l'entrefer soit égal à $B_m=1$ T ?

3.8- Exemple 2 : principe de l'électroaimant

Un noyau magnétique de forme torique de longueur L et de section S est ouvert sur un entrefer tronconique de surface s et d'épaisseur e . L'orientation positive est indiquée sur la figure.

Sur ce tore sont bobinées N spires parcourues par un courant $i(t)$ variable de fréquence 50 Hz ; de ce fait le matériau utilisé est un ferromagnétique doux de perméabilité relative μ_r élevée et prise constante.

Les champs B et H sont supposés uniformes dans le noyau.

1- A quelles relations sur les champs conduisent les équations de Maxwell ?

2- Montrer que pour obtenir l'expression du champ magnétique $B(t)$ dans l'entrefer, il est nécessaire d'y adjoindre les relations constitutives des milieux.

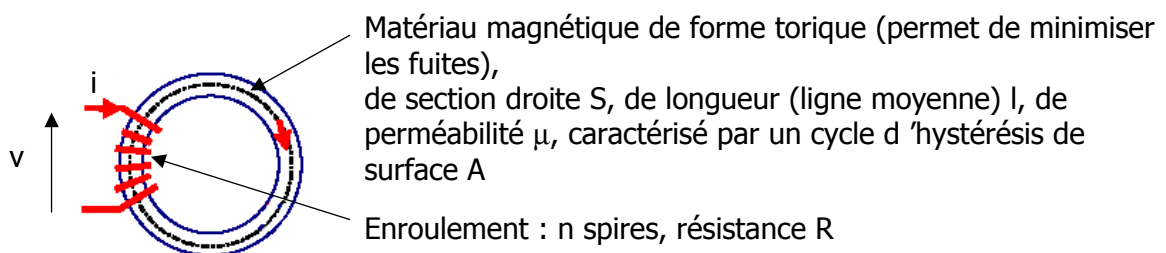
3- Quelle approximation est-il légitime d'effectuer sur l'expression de $B(t)$; commentaires.

Chapitre 3 :

Bobine à noyau de fer et transformateur

1- Principe de la bobine à noyau de fer en régime sinusoïdal

1.1- Comportement de la bobine en approximation linéaire



- On note R la résistance de l'enroulement
- Calcul du coefficient d'auto-induction (ou inductance) :

Dans la partie linéaire du matériau, la perméabilité relative μ_r est constante, donc $B = \mu_0 \mu_r H$

Théorème d'Ampère : $H.l = n.I$

Flux total à travers les spires : $\phi_T = n.\phi = n.B.S$

$$\text{d'où } \phi_T = \frac{n^2 \mu_0 \mu_r S}{l} i \quad \text{et en introduisant la réluctance du matériau : } \phi_T = \frac{n^2}{\mathfrak{R}} i$$

le coefficient d'auto-inductance s'écrit donc : $L = \frac{\phi_T}{i} = \frac{n^2}{\mathfrak{R}}$

- Inductance de fuite :

Toutes les lignes de champ créées par l'enroulement n'apparaissent pas dans le circuit magnétique. Pour des raisons essentiellement de fabrication, certaines d'entre-elles se rebouclent dans l'air proche des spires.

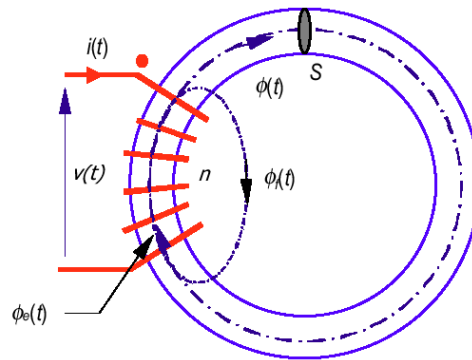
On distingue le flux dans le matériau $\phi(t)$ du flux de fuite s'en échappant $\phi_f(t)$

Le flux embrassé par l'enroulement s'écrit : $\phi_e(t) = \phi(t) + \phi_f(t)$

Par la loi de Faraday, la tension est : $v(t) = n \frac{d\phi_e}{dt} = n \frac{d\phi}{dt} + n \frac{d\phi_f}{dt}$

Le premier terme correspond à l'inductance propre de l'enroulement . Le second correspond à une inductance équivalente attachée au milieu de propagation du flux (l'air) parcourue par le courant i : c'est l'inductance de fuite L_f .

La tension peut donc s'écrire : $v(t) = L \frac{di(t)}{dt} + L_f \frac{di(t)}{dt}$

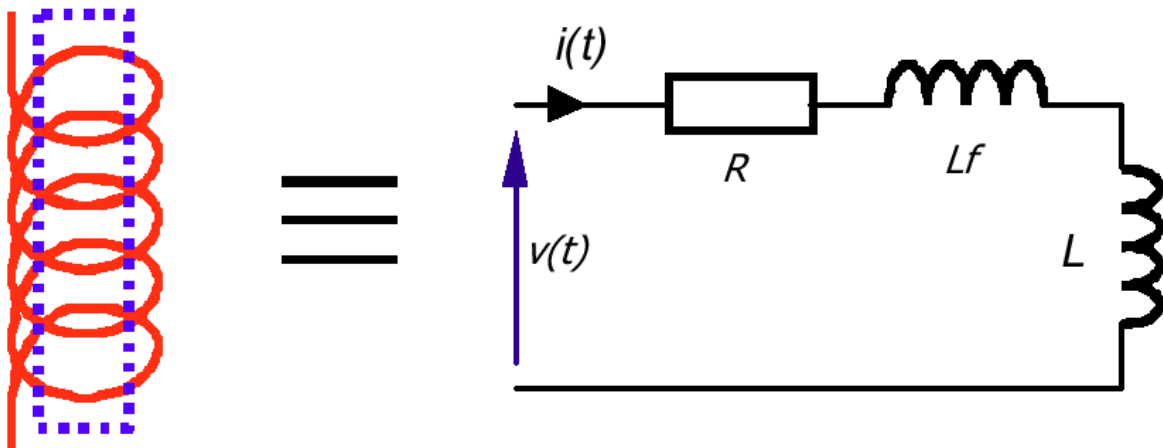


- Modèle électrique équivalent :

La mise en équation complète s'effectue en écrivant la tension aux bornes de l'enroulement :

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + L_f \frac{di(t)}{dt}$$

De cette relation, on déduit le modèle électrique équivalent de la bobine à noyau de fer en régime linéaire :



1.2- Comportement de la bobine linéaire en régime sinusoïdal

Dans les applications technologiques (industrielles ou domestiques), les bobinages sont souvent alimentés par une tension sinusoïdale.

En isolant l'inductance de fuite on peut ré-écrire l'équation électrique précédente comme suit :

$$v(t) = Ri(t) + L_f \frac{di(t)}{dt} + n \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Si l'effet des fuites magnétiques $L_f \frac{di(t)}{dt}$ et de la résistance de l'enroulement $Ri(t)$ influencent peu la tension $v(t)$ vis à vis du terme prépondérant $n \frac{d\phi(t)}{dt}$, on réalise **l'hypothèse de Kapp** :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_f \frac{di(t)}{dt} \ll n \frac{d\phi(t)}{dt} \\ Ri(t) \ll n \frac{d\phi(t)}{dt} \end{array} \right. \quad \text{qui conduit à : } v(t) = n \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Si l'enroulement est alimenté par la tension sinusoïdale : $v = V\sqrt{2} \cos \omega t$

Le flux à l'instant t peut s'écrire en intégrant entre 0 et t : $\phi(t) = \phi(0) + \frac{V\sqrt{2}}{n\omega} \sin \omega t$

Et en considérant la démagnétisation initiale : $B(t) = \frac{\phi(t)}{S} = \frac{V\sqrt{2}}{Sn\omega} \sin \omega t$

Dans **l'hypothèse de Kapp**, la **tension et le flux sont des grandeurs** sinusoïdales.

Le courant est alors tiré de $n\phi = Li$ d'où : $i(t) = \frac{V\sqrt{2}}{L\omega} \sin \omega t$

1.3- Comportement non linéaire

- Influence de la saturation :

Dans les applications industrielles, les grandeurs sinusoïdales tensions et courants ont des amplitudes élevées. Par conséquent, la saturation est vite atteinte. On ne peut plus tenir compte de la linéarité du matériau (μ_r n'est pas constant). La réductance et l'inductance ne peuvent plus être définies.

De plus, le parcours répétitif du cycle d'hystérésis nécessite de tenir compte des influences énergétiques.

Cette nouvelle donnée incite à reconsidérer l'étude des circuits magnétiques en régime saturé.

- Illustration du comportement temporel des différentes grandeurs :

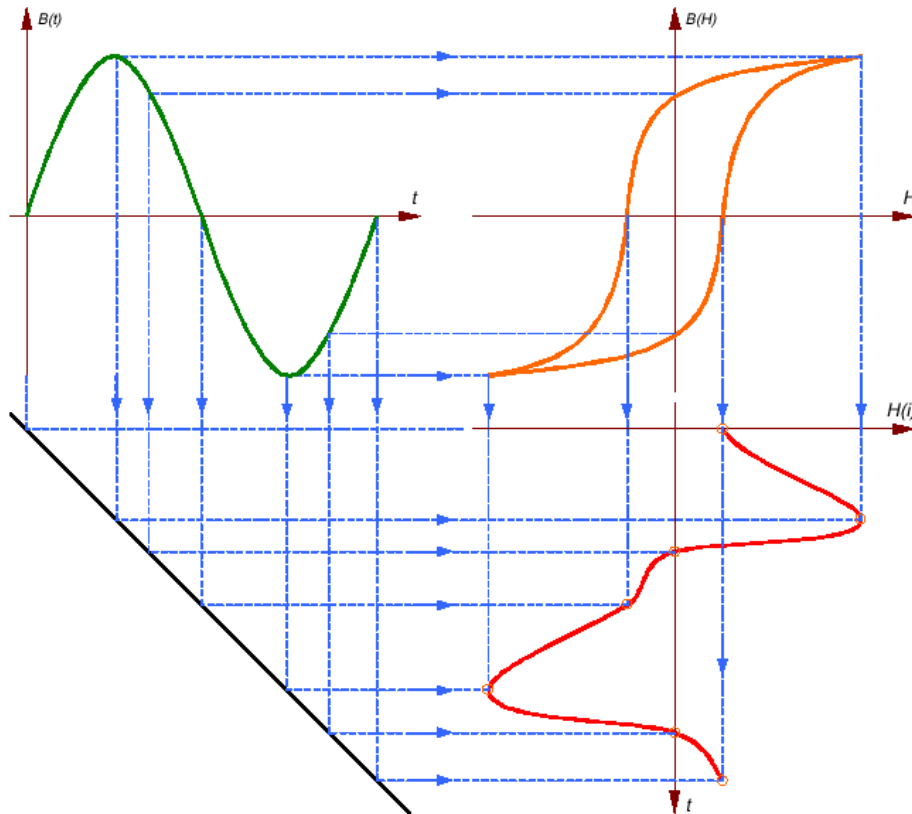
Comment passer de la tension au courant si les comportements ne sont pas linéaires ? (voir page suivante)

Le courant dans la bobine est **périodique** mais **non sinusoïdal**. Il est d'autant plus «déformé» que le circuit magnétique est saturé. La distorsion du signal est marquée par le taux d'harmoniques. Si la déformation est faible, une **approximation au premier harmonique** est envisageable. On ne travaille alors qu'avec le courant fondamental.

Dans le cas général, il faut envisager l'influence de toutes les harmoniques. Dans ces conditions, on recherche une représentation sinusoïdale du courant qui transporte la même puissance que le courant réel.

Cette équivalence est obtenue en travaillant avec la puissance.

$$v(t) = V\sqrt{2} \cos \omega t \rightarrow \phi(t) = \phi_M \sin \omega t \rightarrow B(t) = B_M \sin \omega t \rightarrow H(t) \rightarrow i(t)$$



1.4- Considérations énergétiques

- Un matériau soumis à une excitation magnétique H est le siège d'une induction B

On définit :

- l'énergie $W = \frac{1}{2} \int_B H dB$

- la coénergie $W' = \frac{1}{2} \int_H B dH$

Graphiquement, l'énergie est la portion de surface entre la courbe et l'axe de l'induction. La coénergie est la portion de surface entre la courbe et l'axe du champ d'excitation. La somme de l'énergie et de la coénergie est le produit B.H Un matériau soumis à une excitation magnétique H est le siège d'une induction B

- Expression de l'énergie dans le cas du modèle linéaire

Pour les matériaux linéaires, on définit la réluctance $\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S}$ et l'inductance $L = \frac{n^2}{\mathfrak{R}}$

$$W = \frac{1}{2} BHSI = \frac{1}{2\mu_0\mu_r} B^2SI = \frac{l}{2\mu_0\mu_r S} \phi^2 = \frac{1}{2} \mathfrak{R} \phi^2$$

$$\text{Mais aussi : } W = \frac{1}{2} \mathfrak{R} \phi^2 = \frac{1}{2} \mathfrak{R} \left(\frac{Li}{n} \right)^2 = \frac{1}{2} Li^2$$

- Les pertes dans les bobines à noyau de fer

- Pertes par courants de Foucault

Les matériaux ferromagnétiques ont souvent des propriétés conductrices pour le courant électrique : en présence d'un flux variable, la fem induite crée les courants de Foucault qui circulent dans le matériau.

L'effet Joule dissipe l'énergie sous forme de chaleur, ce sont les **pertes par courants de Foucault**.

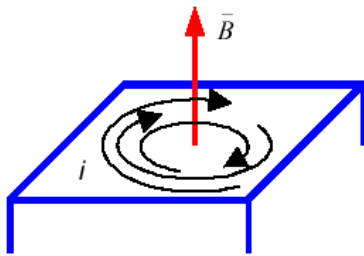
Les pertes par courants de Foucault sont de la forme : $P_F = k \frac{B_M^2 f^2}{\rho}$

où ρ est la résistivité

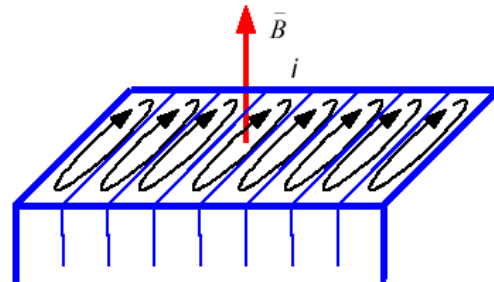
Moyens de réduction des pertes :

- Utiliser un matériau plus résistif : fer avec addition de silicium, ferrite.
- Augmenter la résistance au passage des courants : circuit magnétique composé de tôles (feuilletage) isolées entre elles par oxydation surfacique.

Rem : le chauffage par induction favorise ce phénomène en augmentant la fréquence.



le circuit magnétique est massif.



le circuit magnétique est feuilleté.

- Pertes par hystérésis

Sous l'effet des champs d'induction et d'excitation, les forces de Laplace créent des contraintes internes au matériau qui mettent en mouvement les domaines de Weiss. Leur frottement les uns contre les autres favorise l'échauffement du matériau : ce sont les **pertes par hystérésis**.

Evaluation des pertes par hystérésis : Les pertes proviennent de la différence entre l'énergie emmagasinée durant la croissance de H et celle restituée lors de la décroissance. Pour un parcours complet du cycle, l'énergie est proportionnelle à son aire (A_H) et au volume du matériau (V). Ces pertes sont d'autant plus importantes que le nombre de cycles par seconde est élevé. Une tension évoluant à la fréquence f, crée des grandeurs magnétiques évoluant à cette fréquence. Les pertes s'expriment par :

$$P_H = A_H \cdot V \cdot f$$

Estimation expérimentale de ces pertes : en général ces pertes sont de la forme :

$$P_H = k_H \cdot f \cdot B^2$$

Moyens de réduction des pertes : Puisque les pertes sont directement conditionnées par l'aire du cycle d'hystérésis, il faut les réduire en utilisant, par exemple, des matériaux ferromagnétiques doux.

- Globalisation des pertes : pertes fer

Les pertes fer constituent l'ensemble des pertes dans le matériau :

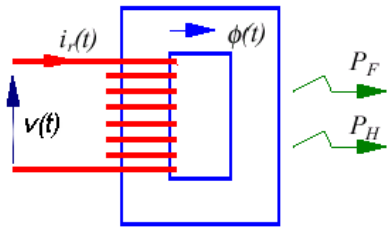
$$P_{\text{Fer}} = P_F + P_H = k_F \cdot f^2 \cdot B^2 + k_H \cdot f \cdot B^2$$

On remarquera que les deux types de pertes sont proportionnelles au carré de l'induction maximale. Pour la fréquence, les pertes par hystérésis sont proportionnelles et celles par courants de Foucault dépendent du carré. Cette distinction permet d'effectuer des méthodes de séparation des pertes.

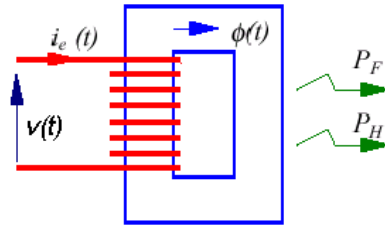
1.5- Modèle électrique équivalent de la bobine saturée

La mise en place du modèle équivalent de la bobine à noyau de fer saturée tend à considérer la tension, le flux et le courant sinusoidaux, effectuer l'approximation de Kapp et tenir compte du comportement énergétique par les puissances mises en jeu.

Le courant réel dans la bobine i_r n'est pas sinusoidal. Il est déformé et répond à une décomposition harmonique dont on conserve le fondamental. Le courant dans la bobine équivalente est sinusoidal. Pour le distinguer, il est noté i_e .



i_r courant réel périodique distordu



i_e courant équ. sinusoidal

-mêmes pertes par effet joule

$$\Rightarrow i_{e\text{-eff}} = i_{r\text{-eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_r^2 dt} \quad \rightarrow \text{Valeur efficace de } i_e$$

-mêmes pertes totales (puissance active)

$$\Rightarrow V_{\text{eff}} \cdot i_{e\text{-eff}} \cos \varphi = R i_{r\text{-eff}}^2 + \text{pertes hystérésis} \quad \rightarrow \text{Déphasage par rapport à la tension d'entrée } v$$

i_e sinusoidal $\Rightarrow i_e$ proportionnel à $\phi \rightarrow$ circuits linéaires : $\phi = \frac{n i_e}{\mathfrak{R}}$

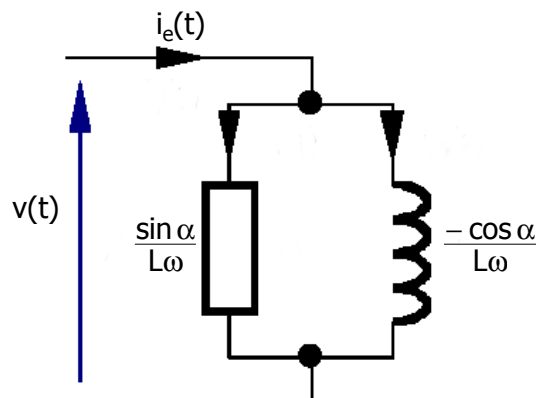
Or $v = n \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow V = \frac{n^2}{\mathfrak{R}} \frac{dI_e}{dt} = L \frac{dI_e}{dt}$, L inductance propre

Par définition : $\tilde{i}_e = \tilde{v} e^{-j\varphi}$

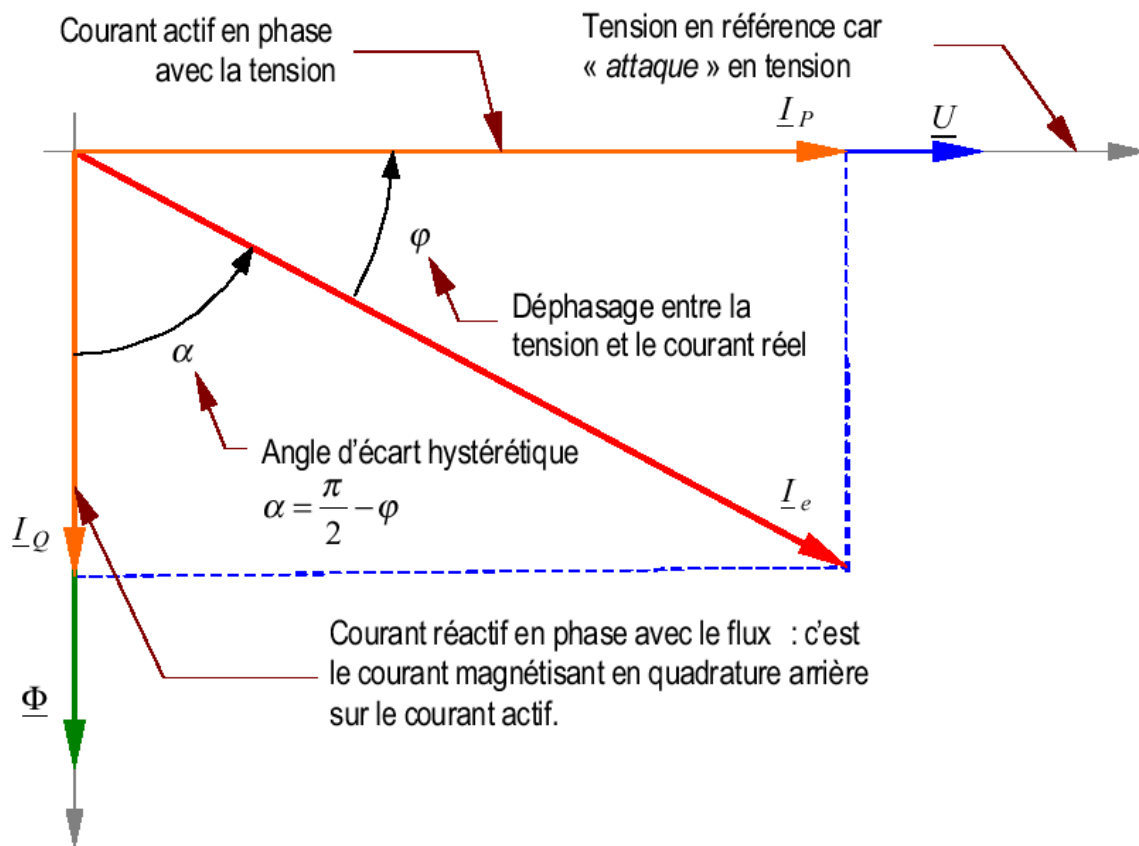
Avec $\alpha = \pi/2 - \varphi$: angle d'écart hystérétique, on a : $\tilde{V} = jL\omega \tilde{i} e^{-j\alpha}$

\Rightarrow bobine de fer \equiv admittance complexe : $\tilde{Y} = -\frac{j}{L\omega} e^{j\alpha}$

\Rightarrow schéma équivalent :

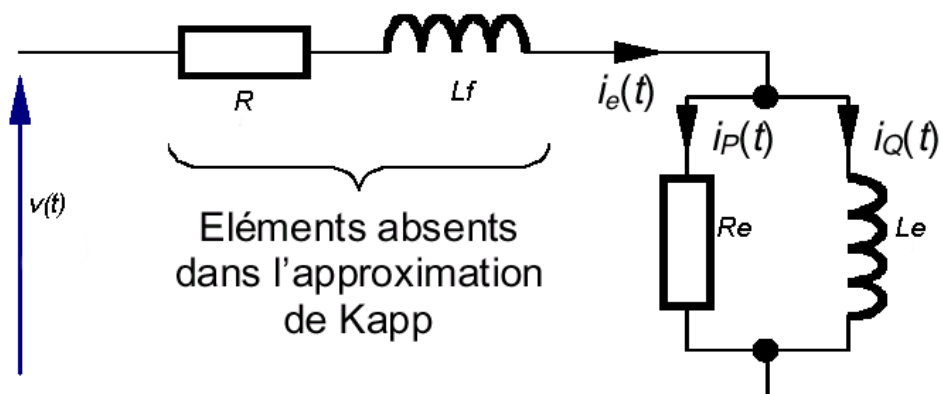


\Rightarrow Diagramme de Fresnel :



1.6- Modèle équivalent complet

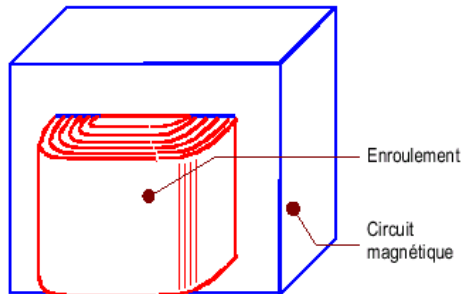
La touche finale consiste à adjoindre au modèle issu de l'approximation de Kapp et l'assimilation du courant à un courant équivalent sinusoïdal, la résistance R de l'enroulement et l'inductance L_f de fuite



1.7- Technologie et applications des bobines à noyau de fer

L'apparence d'une bobine à noyau de fer est différente suivant l'utilisation. En règle générale, il faut s'approcher des circuits magnétiques parfaits. Pour diminuer les fuites magnétiques, les enroulements sont placés au plus près du circuit magnétique. La disposition pratique consiste à utiliser un circuit magnétique cuirassé ou torique.

Pour limiter les pertes par courants de Foucault, le circuit magnétique est feuilleté en basse fréquence. Pour les utilisations à des fréquences plus élevées, on a recours à la ferrite dont la résistance électrique est importante.



circuit magnétique cuirassé.



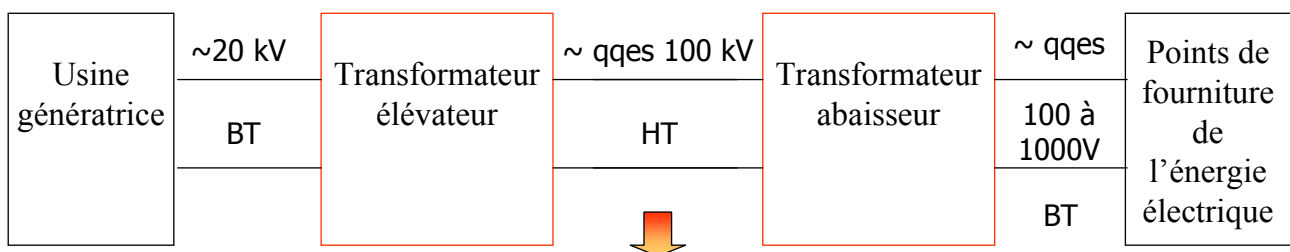
bobine à circuit magnétique torique.

En Electrotechnique, on rencontre les bobines à noyau de fer dans les électro-aimants (relais, contacteurs, levage), les bobines de lissage du courant., les bobines d'usage courant, les plateaux magnétiques de machine-outil ou les paliers magnétiques.

En électronique, on les trouve dans les inductances de filtrage, les selfs HF ajustables ou non. Dans ces cas les noyaux en ferrite sont de mise.

2- Transformateur monophasé

Rôle essentiel dans le transport de l'énergie électrique à distance :

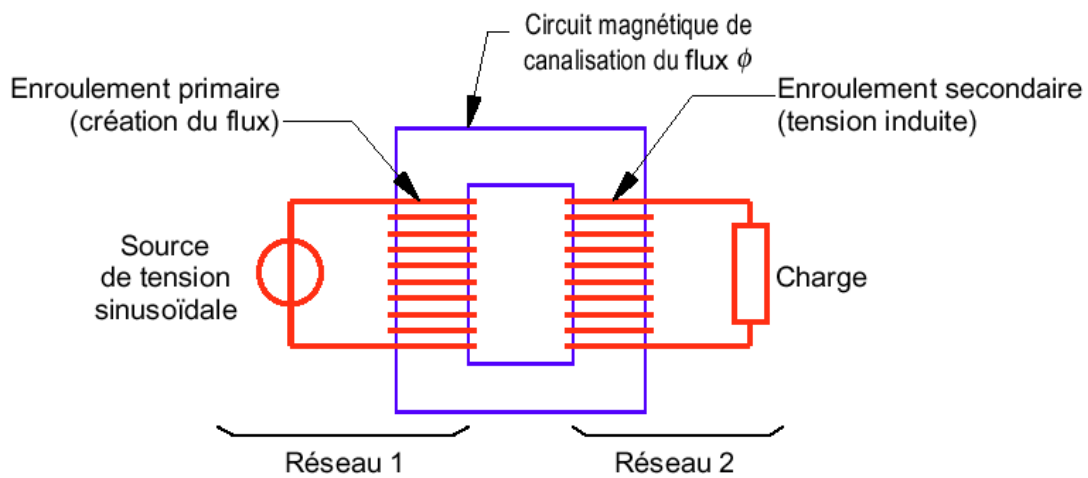


Pour une perte donnée, permet de diminuer la section des fils et donc leur masse et leur coût

Il existe d'autres types de transformateurs que les transformateurs de puissance essentiellement pour la mesure de grandeurs électriques : même principe de fonctionnement, caractéristiques différentes

2.1- Présentation

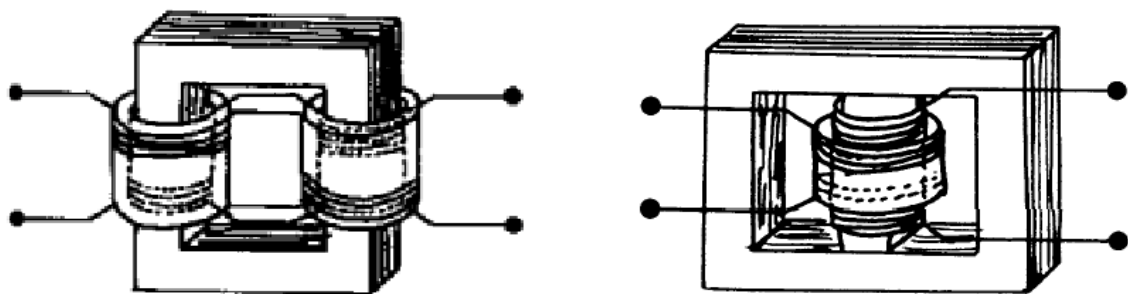
Machine électrique statique qui transfère de l'énergie électrique en adaptant les niveaux de tension et de courant entre deux réseaux



Secondaire \longleftrightarrow source de tension commandée par une tension

2.2- réalisation

2 types de structure



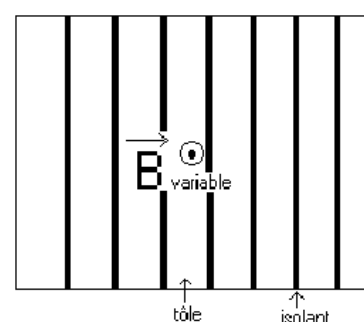
Réalisation du circuit magnétique

Alliages Fe-Si (Si augmente la résistivité) : Faible coût

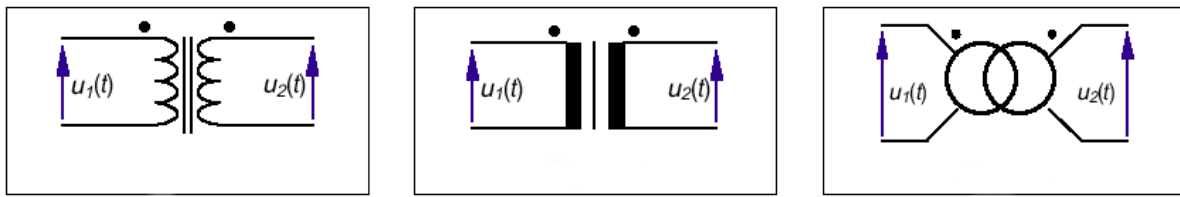
Structure anisotrope dite « à grains orientés » \Rightarrow perméabilité plus forte dans la direction du flux

matériaux « à grains non orientés » : moins performants mais moins chers

Feuilleteage : assemblage de tôles isolées



2.3- Symboles du transformateur idéal



2.4- Mise en équation du transformateur

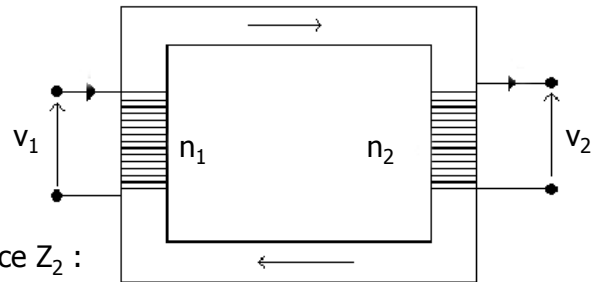
En notant 1 et 2, respectivement, les indices associés au primaire et au secondaire, on a :

$$\star \begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + n_1 \frac{d\phi}{dt} + l_{f1} \frac{di_1}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 - n_2 \frac{d\phi}{dt} - l_{f2} \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

$$\star \quad n_1 i_1 + n_2 i_2 = \mathfrak{R} \phi$$

et si le secondaire est en charge sur une impédance Z_2 :

$$\star \quad v_2 = Z_2 i_2$$



2.5- Le transformateur parfait

H_1 : Circuit magnétique parfait : matériau magnétique linéaire de très grande perméabilité (infinie)

$$\Rightarrow \begin{cases} \mathfrak{R} = 0 \\ l_{f1} = 0 \\ l_{f2} = 0 \end{cases}$$

H_2 : Résistance des bobinages nulle $\Rightarrow R_1 = 0$ et $R_2 = 0$

\Rightarrow Les équations deviennent :

$$\begin{cases} v_1 = n_1 \frac{d\phi}{dt} \\ v_2 = -n_2 \frac{d\phi}{dt} \\ n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_2}{v_1} = -\frac{n_2}{n_1} = -m = \frac{i_1}{i_2} \quad m = \text{rapport de transformation}$$

Globalement, la puissance fournie au primaire est entièrement restituée au secondaire ($v_1 i_1 = v_2 i_2$)

$\Rightarrow \searrow$ la tension $\Leftrightarrow \nearrow$ le courant et inversement

2.6- Le transformateur réel

Courant magnétisant

Courant à vide du transformateur (lorsque le secondaire est déconnecté - Manip qui revient à caractériser une bobine à noyau de fer)

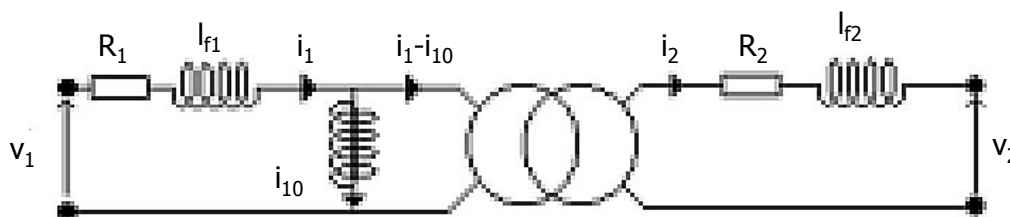
$$n_1 i_{10} = \mathfrak{R} \phi \quad \text{où } \phi \text{ est le flux dans le circuit forcé par } v_1$$

Circuit non linéaire => courant magnétisant distordu (voir bobine à noyau de fer)

=> lorsqu'on connecte une charge sur le secondaire pour le même v_1 et donc le même ϕ , on a :

$$n_1 (i_1 - i_{10}) + n_2 i_2 = 0$$

premier schéma équivalent



Deuxième schéma équivalent : impédances ramenées au secondaire

i_{10} est très faible sauf pendant une partie très courte de la période (à cause du cycle d'hystérésis)

On suppose : $i_1 \approx i_1 - i_{10}$

En pratique courant magnétisant négligeable lorsque la charge augmente

Récrivons les équations :

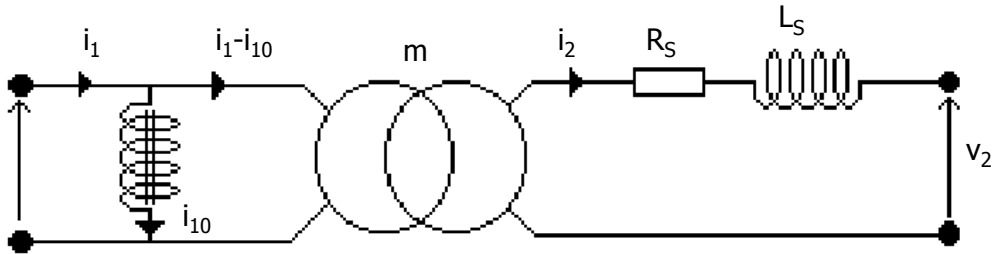
$$n_1 \frac{d\phi}{dt} = v_1 - R_1 i_1 - l_{f1} \frac{di_1}{dt}$$

$$\Rightarrow v_2 = -R_2 i_2 - l_{f2} \frac{di_2}{dt} - m v_1 + m R_1 i_1 + m l_{f1} \frac{di_1}{dt}$$

Et en supposant μ infinie

$$v_2 = -(R_2 + m^2 R_1) i_2 - (l_{f2} + m^2 l_{f1}) \frac{di_2}{dt} - m v_1$$

d'où un nouveau schéma équivalent en posant : $R_S = R_2 + m^2 R_1$ et $L_S = l_{f2} + m^2 l_{f1}$



Pour pouvoir travailler en régime sinusoïdal on définit un courant magnétisant équivalent sinusoïdal (comme pour la bobine) : $I_{10\text{eff}} = I_{10\text{eq}}$ et $V_1 I_{10\text{eq}} \cos \varphi = P_{\text{fer}}$
 => Inductance complexe ($R_\mu // L_\mu$) équivalente

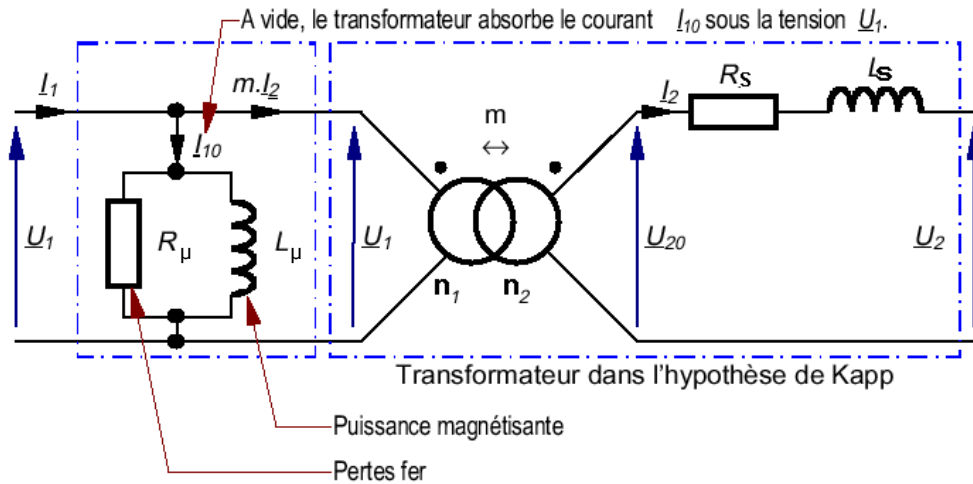
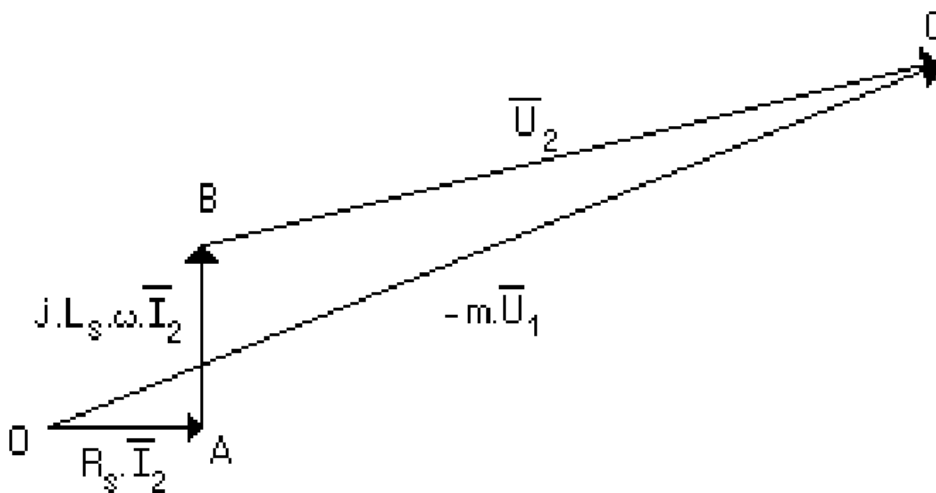


Diagramme de Kapp

Diagramme de Fresnel des grandeurs qui apparaissent au secondaire du transformateur dans le cas d'un fonctionnement en régime sinusoïdal



Quand la charge varie, I_2 varie => B se déplace sur la droite (OB)
 Pour U_1 fixe, C se déplace sur un cercle (O, mU_1)

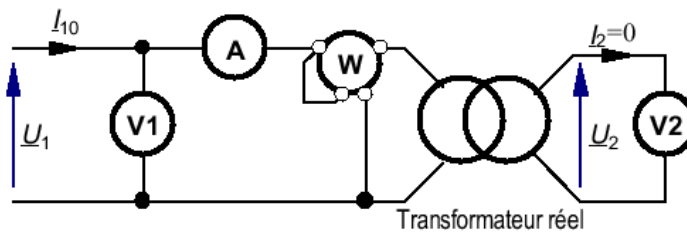
AOB : triangle de Kapp => effet des résistances de bobinage et des inductance de fuite sur la tension de sortie du transformateur
 OAB petit vis-à-vis de OC => meilleure qualité

2.7- Essais du transformateur

Pour prévoir le fonctionnement du transformateur (son schéma équivalent) en fonction de sa charge

L'essai à vide en régime nominal

mesure {
 tension primaire $U_1 = U_{1n}$ avec V_1
 tension secondaire U_{20} avec V_2
 courant primaire I_{10} (courant magnétisant) avec A
 puissance P_{10} avec W



➔ Transfo à vide => ddp aux bornes de R_1 et I_{f1} petite devant U_1 => $m = U_{20}/U_1$

➔ Détermination des pertes fer

Transformateur réel

$$P_{10} = P_{J10} + P_{fer}$$

f et U_1 constants => B cst => P_{fer} cst

I_{10} très faible => $P_{J10} \ll P_{fer}$

Transformateur dans l'hypothèse de Kapp

Résistance ramenée au secondaire où $I_2 = 0$

$$\Rightarrow P_{J10} = 0$$

$$P_{10} = P_{fer} \quad \text{ou} \quad R_{\mu} = U_1^2 / P_{10}$$

➔ Détermination de l'inductance magnétisante

Transformateur réel

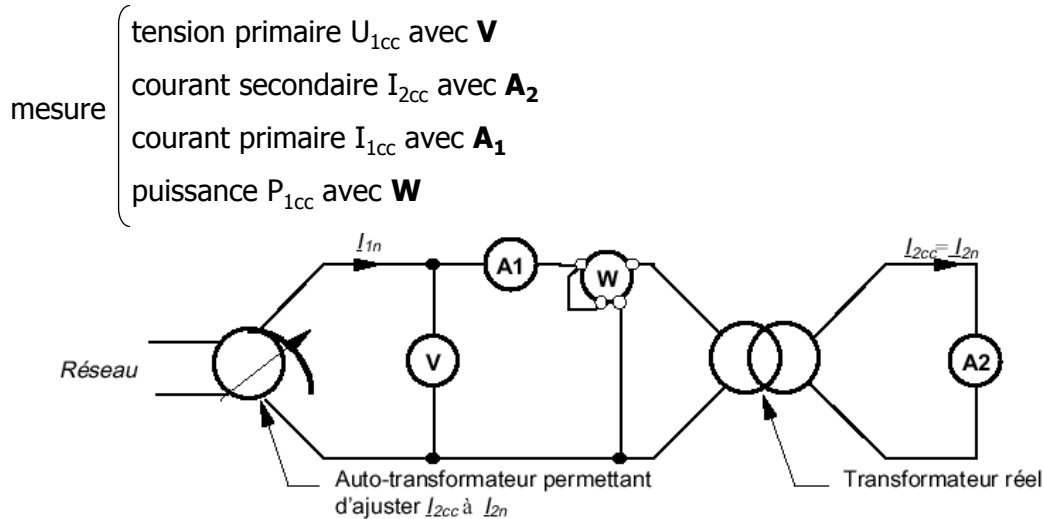
on suppose que la chute de tension dans I_{f1} est très petite devant E_1

Transformateur dans l'hypothèse de Kapp

$$P_{10} \tan \varphi_{10} = U_1 I_{10} \sin \varphi_{10} = U_1^2 / (L_{\mu} \omega)$$

Mesure de P_{10} , U_1 , I_{10} => calcul de φ_{10} et de L_{μ}

L'essai en court-circuit à courant secondaire nominal sous tension réduite



Détermination de la résistance ramenée au secondaire R_S

Transformateur réel

Transformateur dans l'hypothèse de Kapp

$$P_{1cc} = R_1 I_{1cc}^2 + R_2 I_{2cc}^2 + P_{fer}$$

$$P_{1cc} = R_S I_{2cc}^2 = R_S I_{2n}^2$$

U_1 très faible $\Rightarrow P_{fer}$ très faible

$$\Rightarrow P_{1cc} = R_1 I_{1cc}^2 + R_2 I_{2cc}^2 = R_1 I_{1n}^2 + R_2 I_{2n}^2$$

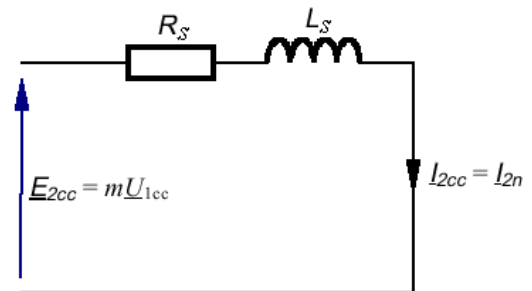
Régime de courant nominal \Rightarrow pertes Joule nominales appelées pertes cuivre car correspondent uniquement à la dissipation de puissance dans les conducteurs électriques



Détermination de l'inductance ramenée au secondaire L_S

Vu du secondaire, le transformateur se réduit au schéma ci-contre :

$$\Rightarrow L_2 \omega = \sqrt{\left(\frac{m U_{1cc}}{I_{2cc}}\right)^2 - R_2^2}$$

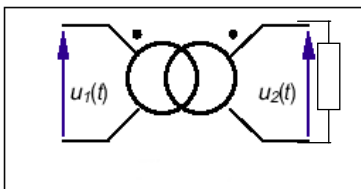


2.8- Applications du transformateur de tension

Convertir une BT en HT et inversement (pour la transport)

Mesurer une HT

Adapter une charge :



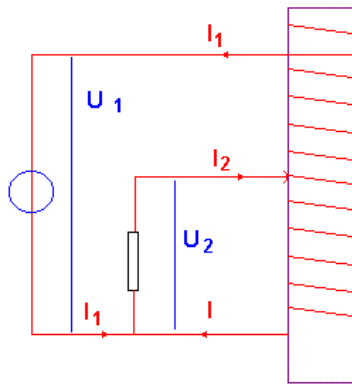
$$I_2 = \frac{V_2}{Z}$$

$$|I_1| = \frac{n_2}{n_1} I_2 = \frac{n_2}{n_1} \frac{V_2}{Z} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \frac{V_1}{Z}$$

$$\text{Donc impédance vue de l'entrée : } Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 Z$$

\Rightarrow si la tension est \nearrow , la charge équivalente diminue

2.9- Autotransformateur



La particularité : unique enroulement

un des fils est commun primaire et secondaire

un autre sert d'alimentation pour la partie primaire

un troisième fil touche en 1 endroit l'unique enroulement

Le nombre de spires compris entre le fil du primaire et le commun est N_1 alors que celui entre le fil secondaire et le commun est N_2 .

Ne peut pas servir de transformateur de séparation

2.10- Transformateur d'intensité

Si le secondaire est en court-circuit

Utilisé pour les mesures de courant (isolation et éventuellement conversion de courants forts)

Secondaire : bague bobinée

Primaire : fil conducteur qui passe à l'intérieur de la bague

2.11- Transformateur triphasé

Transport et distribution d'électricité s'effectuent sous forme triphasée

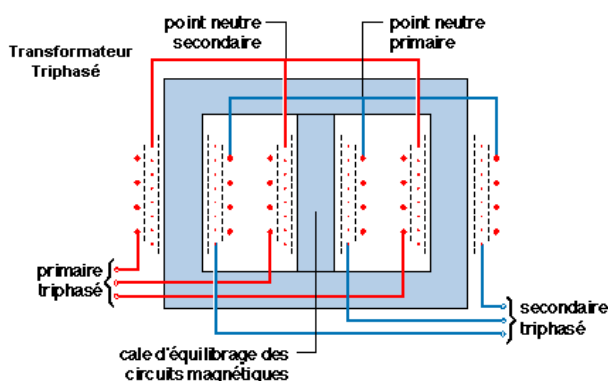
Transformateurs de puissance = transformateurs triphasés

3 colonnes parallèles, disposées en ligne, reliées entre elles à leurs extrémités

Cale d'équilibrage sur la colonne centrale => obtenir un comportement identique des trois colonnes magnétiques, malgré la dissymétrie de leur raccordement (le système ne serait symétrique que si les trois colonnes étaient disposées en triangle équilatéral)

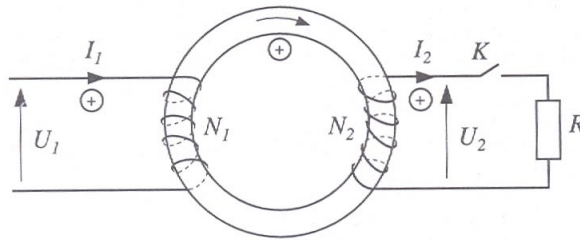
Chaque colonne porte un enroulement primaire et un enroulement secondaire superposés, séparés entre eux par une gaine isolante

Les bobinages primaire et secondaire peuvent, indifféremment, être raccordés entre eux en étoile (avec neutre matérialisé), ou en triangle



3- Exercice : fonctionnement d'un transformateur

Un circuit magnétique torique de longueur moyenne $L = 41,3 \text{ cm}$ et de section droite $S = 1,5 \text{ cm}^2$ est taillé dans un matériau ferromagnétique homogène et conducteur, comportant deux enroulements (bobines) dont les nombres de spires sont: $N_1 = 250$ et $N_2 = 500$.



On néglige tout phénomène d'hystérésis (le ferromagnétique est doux) et de fuites magnétiques ainsi que la résistance des bobines.

1. Étude du milieu ferromagnétique

Dans toute cette partie, l'interrupteur **K est ouvert**.

Si I_1 désigne l'intensité du courant dans le bobinage 1, alors le champ magnétique de norme B a une valeur unique dans tout le circuit magnétique et dépend de la norme H de l'excitation magnétique selon le tableau ci-dessous relevé expérimentalement.

I_1 (A)	0,044	0,088	0,18	0,51	1,00	3,00	9,65	22,8
H (A/m)	26,5	53,0	106	307	605	1820	5840	13800
B (T)	0.10	0,20	0,40	1,00	1,30	1,65	2,00	2,01

a) Quelle méthode permet d'effectuer le relevé précédent sur le circuit magnétique et les deux enroulements?

Déterminer le lien entre H et I_1 d'après les mesures données. Retrouver ce résultat théoriquement.

b) Dessiner l'allure du graphe $B(H)$. Décrire physiquement la courbe $B(H)$, notamment pour $H < 150 \text{ A.m}^{-1}$ et pour $H > 5000 \text{ A.m}^{-1}$.

* Quelle est la valeur de la perméabilité relative μ_r en champ faible?

* Quel est l'ordre de grandeur de l'aimantation à saturation M_s ?

En déduire la valeur du moment magnétique dipolaire m que l'on peut attribuer à chacun des atomes sachant que la masse volumique du matériau est $\rho = 7860 \text{ kg.m}^{-3}$, sa masse molaire $M_m = 55,8 \text{ g.mol}^{-1}$ et que le nombre d'Avogadro vaut $N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Commenter.

c) En comparant l'énergie d'interaction du moment m dans un champ B et l'énergie d'agitation thermique à la température ambiante sachant que la constante de Boltzmann vaut $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$, donner une estimation du champ B_s pour lequel on obtiendrait la saturation. Comment interpréter alors la valeur expérimentale de B_s ?

d) On cherche à relier H à B par une expression empirique de la forme $H = aB + bB^n$, n étant un entier impair. Proposer des valeurs pour a , b et n , le coefficient a étant estimé dans le domaine linéaire.

e) On impose une tension $U_1(t) = U_m \cos \omega t$ avec $\omega = 800 \text{ rad.s}^{-1}$.

* Déterminer $B(t)$ en fonction de N_1 , S , U_m et ω .

AN : L'amplitude de B est $B_m = 2 \text{ T}$, calculer l'amplitude U_m .

* Exprimer l'intensité $I_1(t)$ sous la forme de la somme de deux termes (avec coefficients numériques) .

On admet que l'expression trouvée pour $I_1(t)$ a pour développement en série de Fourier: $I_1(t) = 5,67 \sin \omega t - 2,88 \sin 3 \omega t + 0,96 \sin 5 \omega t - 0,14 \sin 7 \omega t$.

* En déduire la puissance moyenne P reçue par le bobinage 1.

2. Étude du transformateur

Dans toute cette partie **l'interrupteur K est fermé.**

a) Le bobinage 1 est soumis à la tension $U_1(t)$ précédente; le bobinage 2 est alors en série avec une résistance R . Expliquer précisément quelles sont les grandeurs qui changent par rapport à la situation précédente.

Déterminer l'expression de $I_2(t)$ avec son amplitude I_{2m} .

b) Déterminer la nouvelle expression $I'_1(t)$ du courant dans le primaire en l'exprimant en fonction de $I_1(t)$ et de $U_1(t)$. En déduire que seul le terme fondamental du courant $I_1(t)$ précédent est modifié.

c) Déterminer la puissance moyenne P' absorbée par le bobinage 1 et la mettre sous la forme $U^2_m/2R_{\text{éq}}$ en exprimant simplement $R_{\text{éq}}$ en fonction de R , N_1 et N_2 . Commentaire physique.

AN : Calculer $R_{\text{éq}}$ et P lorsque $R = 23 \Omega$.

d) Justifier l'utilisation classique des relations linéaires entre grandeurs du primaire et du secondaire:

$$U_1 = L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} \quad U_2 = L_2 \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_1}{dt}$$

Comment permettent-elles d'établir rapidement la loi des tensions et la loi des courants?

e) Quelles sont les principales pertes dans un transformateur? Comment diminuer les pertes dans le matériau magnétique?

f) Quelles sont les utilisations pratiques d'un transformateur?

V- L'enregistrement magnétique

1- Historique

1888, Oberlin SMITH : principe de l'enregistrement et de la reproduction des sons par aimantation rémanente d'un fil d'acier.

Télégraphon 1898, Valdemar POULSEN : premier enregistreur magnétique.
Le son est enregistré sur un fil d'acier passant devant un électroaimant relié à un microphone. L'électroaimant magnétise plus ou moins le fil, selon les variations du son capté par le microphone.
Pour reproduire le son, on fait passer le fil devant l'électroaimant. Cela crée de petits courants électriques qui, après amplification, reproduisent le son d'origine.

Bande magnétique 1920 - 1930, Fritz PFLEUMER et Kurt STILLE améliorent le procédé POULSEN en passant du fil au ruban d'acier puis surtout à la bande de papier ou de plastique enduite d'oxydes de fer aimantables.
1928, Fritz PFLEUMER dépose le brevet de la première bande magnétique.

Blattnerphone 1932, la BBC diffuse pour la première fois un message enregistré sur ruban d'acier grâce au blattnerphone

Magnétophone 1935, AEG fabrique le premier appareil d'enregistrement magnétique à bande plastique tandis que BASF met au point la première bande magnétique commercialisable (une bande de 6,3 mm de large en bobine). Il devient possible, grâce au magnétophone à piles, d'enregistrer le son hors des studios, de saisir le son en direct.

V- L'enregistrement magnétique

Cassette audio 1961, Philips met au point la mini-cassette audio. Cette cassette conçue pour la stéréophonie et aussi utilisable en monophonie est un film plastique de 3,81 mm de large recouvert d'une mince couche magnétique constituée de cristaux d'oxyde de fer enrobés dans un liant.

Magnétophone à cassettes 1963, Philips présente le premier magnétophone à cassettes. Afin de mieux imposer son système à travers le monde, Philips, cède gratuitement son brevet à tous les constructeurs qui souhaitent l'utiliser.

Microcassette 1976, Olympus crée la microcassette; une cassette audio plus petite que la minicassette, fonctionnant à vitesse réduite et destinée aux magnétophones de poche servant de bloc-note. La qualité sonore est insuffisante pour les enregistrements musicaux.

Cassette DAT 1980, plusieurs constructeurs japonais étudient un lecteur de cassettes audio utilisant l'enregistrement numériques (Digital Audio Tape ou DAT) offrant une qualité sonore équivalente à celle des CD. Deux standards sont en présence : le S-DAT proposé par JVC, à tête fixe, et le R-DAT mis au point par Matsushita et Sony à tête rotatives, adopté depuis par la plupart des constructeurs.

Pico-cassette 1985, JVC et Dictaphone lancent la pico-cassette et la machine à dicter. Il s'agit d'une bande magnétique de 2 mm de large permettant une heure d'enregistrement de qualité sonore insuffisante pour la musique mais acceptable pour la prise de note.

V- L'enregistrement magnétique

Février 1987, Aiwa commercialise les premières cassettes DAT au Japon. A la fois destinée aux professionnels et au grand public, la DAT reste un marché très restreint (108 000 cassettes vendues en France en 1993 contre 52 millions de cassettes audio traditionnelles) car elle nécessite un lecteur-enregistreur spécial.

Cassette
DCC

1992, la cassette DCC est une innovation technique mise au point par les sociétés Philips et Matsushita. La DCC (Digital Compact Cassette) offre de nombreux avantages, dont le son numérique (qualité d'enregistrement du CD) et le même format que la cassette audio traditionnelle. Contrairement au lecteur DAT, le lecteur DCC est capable de lire les cassettes audios traditionnelles car, en plus des 9 têtes de lecture numérique, il conserve ses 2 têtes analogiques. Les premières platines cassettes DCC sont commercialisées en 1993.

V- L'enregistrement magnétique

2- Principe de l'enregistrement

Passage d'un support magnétique (bande, disque souple, disque dur) devant l'entrefer d'un électroaimant
=> 3 fonctions :

Ecriture : l'électroaimant est alimenté par un courant modulé i qui contient l'information à enregistrer et le flux ϕ de B au voisinage de l'entrefer magnétise le support

$$N.i = \mathfrak{R} \phi$$

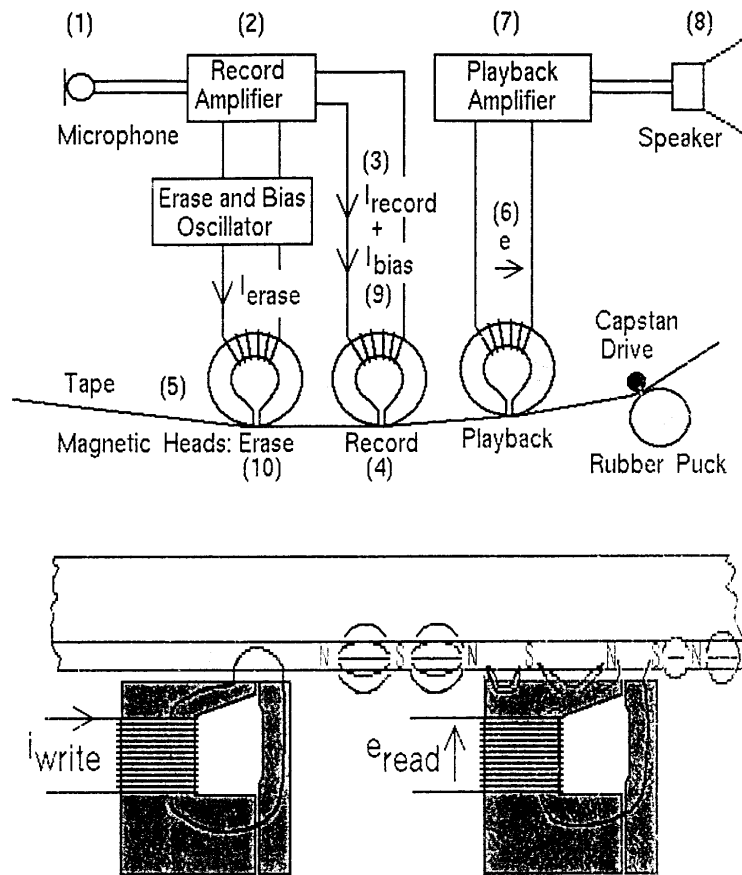
(\mathfrak{R} : réluctance du matériau de l'électroaimant
 N : nombre de spires du bobinage)

Lecture : le support défilant devant l'entrefer crée une variation de flux donc il apparaît une force électromotrice induite e dans la bobine

$$\frac{d\phi}{dt} = -e$$

Effaçage : on applique un signal sinusoïdal décroissant

V- L'enregistrement magnétique

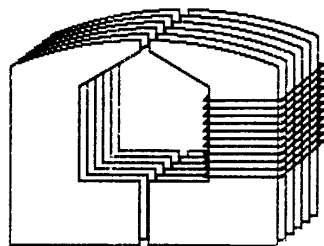


V- L'enregistrement magnétique

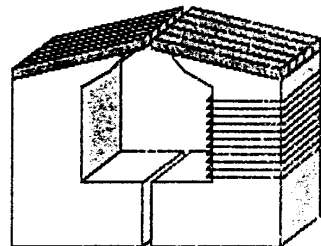
3- Têtes de lecture et d'écriture

têtes inductives (écriture et lecture)

circuit magnétique avec entrefer fonctionnant en alternatif
En général des tôles feuilletées, des ferrites ou des matériaux magnétiques doux.



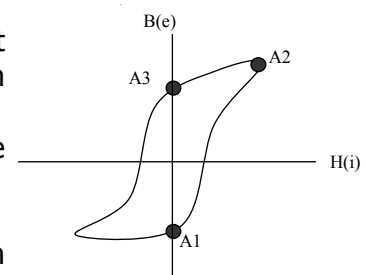
Laminated Mu-Metal head.



Ferrite core with laminated Fe-Al tip plates.

- ★ faible hystérésis : sinon la variation de flux $A1 \rightarrow A2$ est différente de $A2 \rightarrow A3$ ce qui est impossible en enregistrement
- ★ perméabilité magnétique élevée pour avoir une réluctance faible

$$N \cdot i = \mathcal{R} \phi \quad \phi = N \cdot i / \mathcal{R} \nearrow \text{ si } \mathcal{R} \searrow \equiv \mu \nearrow$$
- ★ résistivité élevée pour éviter les courants induits (variation des signaux 20 Hz à 20 kHz).



V- L'enregistrement magnétique

têtes inductives « couches minces »

réalisées par des technologies issues de la micro-électronique => miniaturisation

têtes magnétorésistives (lecture uniquement)

Le flux dans l'entrefer entraîne une variation de l'induction B qui induit une variation de la résistivité du matériau, donc de la résistance d'un élément

4- Conception d'une tête inductive

Détermination des paramètres du circuit magnétique => analogie électrique

$$N.i = \mathfrak{R} \phi \quad \leftrightarrow$$

N.i : force magnétomotrice

\mathfrak{R} : réluctance

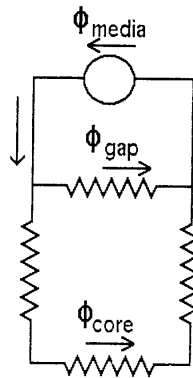
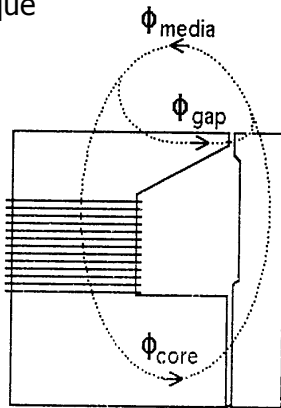
ϕ : flux magnétique

$$U = R.i$$

U : force électromotrice

R : résistance

i : intensité



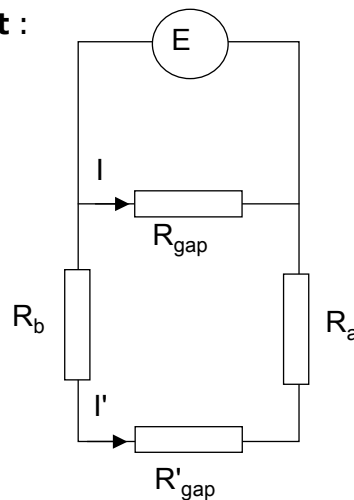
V- L'enregistrement magnétique

Circuit équivalent :

Support magnétique $\begin{cases} \rightarrow \text{récepteur} \\ \rightarrow \text{générateur} \end{cases}$

En lecture il est nécessaire de réaliser I'/I maximum

$$\rightarrow \begin{cases} R_{a,b} \text{ mini} = \frac{L_{a,b}}{\mu_0 \mu_r S_{a,b}} \Rightarrow \mu_r \text{ maxi} \\ R'_{\text{gap}} \text{ mini} = \frac{e'}{\mu_0 S'} \Rightarrow e' \text{ mini et } S' \text{ maxi} \\ R_{\text{gap}} \text{ maxi} = \frac{e}{\mu_0 S} \Rightarrow e \text{ maxi et } S \text{ mini} \end{cases}$$



Recorded Pattern:

Cependant la valeur de l'entrefer e doit être faible, elle est limitée par la précision de la lecture : (haute densité \equiv faible entrefer)

$$L_{\text{gap}} = 2 \cdot BL: \\ V_{\text{out}} = 0$$



$$L_{\text{gap}} = BL: \\ V_{\text{out}} = \text{max.}$$



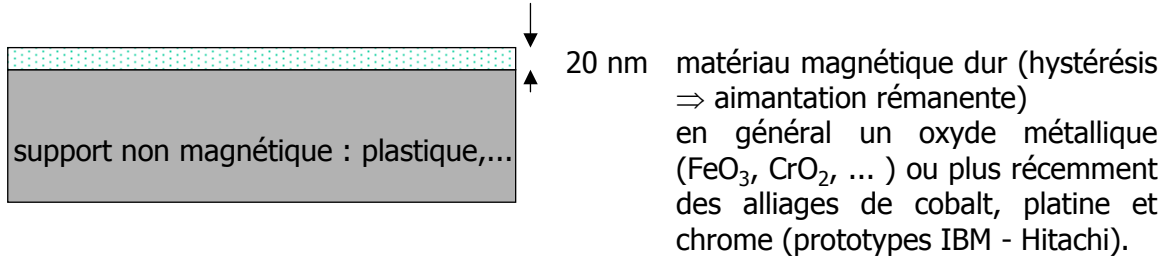
V- L'enregistrement magnétique

5- Support de l'information

constitution des disques durs

...-années 80 : particules d'oxyde de fer dans un polymère

années 80 - ... : couches minces magnétiques (propriétés magnétiques beaucoup plus flexibles)



3 types de support :

- bande
- disque souple (disquette) : plastique 75 μm / oxyde 2,5 à 10 μm
- disque dur

V- L'enregistrement magnétique

Modes d'écriture

enregistrement analogique :

Lecture et enregistrement en continu : $i = f(t) \leftrightarrow \Phi = f(t)$

Défauts : - bruit de fond

- débit et capacité liés à la vitesse de défilement de la bande
- pas de compression d'information possible

_____ - enregistrement numérique :

Codage binaire de l'information : i et Φ fonctions discontinues du temps à 2 niveaux seulement.

Sur un support magnétique 1 bit est un petit élément de surface dont l'aimantation peut prendre 2 orientations opposées :

→ 1 : correspond à la présence d'une transition magnétique entre 2 domaines aimantés différents (⇒ variation de flux)

→ 0 : correspond à l'absence d'une telle transition (⇒ pas de variation de flux)

V- L'enregistrement magnétique

Performances

1950 **taille d'1 bit** $\approx 300\,000\ \mu\text{m}^2$ (250 μm de long pour 1,25 mm de large)

distance tête - piste $\approx 20\ \mu\text{m}$

(la tête était montée sur un bras et était maintenue à 20 μm au dessus du disque en rotation en insufflant de l'air par l'intermédiaire de buses placées autour de la tête)

1998 taille d'1 bit $\approx 0,3\ \mu\text{m}^2$ proche avenir : 20 bits / μm^2

distance tête - piste $\approx 0,05\ \mu\text{m}$

(solution aérodynamique depuis le début des années 60, la tête est fixée sur un patin profilé et vole sur le coussin d'air créé par la rotation du disque, grâce aux progrès de la mécanique de vol, de la rugosité des disques et de la miniaturisation les plans ont plané à 6 μm pour descendre maintenant à 0.05 μm)

V- L'enregistrement magnétique

Temps d'accès et capacité de stockage => 3 catégories de matériel

- les systèmes à bandes magnétiques :

prépondérants de 1950 à 1970
systèmes lents, temps d'accès de quelques secondes
mais grande capacité de stockage (jusqu'à 13 Go par bande).

- les disques durs magnétiques :

Apparus en 1963, ils réalisent 2/3 du marché en 1980
temps d'accès de quelques ms
stockent jusqu'à plus de 10 Go (capacité de stockage essentiellement limitée par une obligation de faible encombrement)

De nombreux disques durs récents affichent cependant des capacités de stockage supérieures à 40 Go. Celles-ci peuvent être obtenue en incluant dans un même boîtier cellé plusieurs disques identiques de capacités inférieures

- les disquettes magnétiques :

catégorie intermédiaire apparues dans les années 70
temps d'accès de quelques 10 à 100 ms
capacités de stockage de quelques Mo par disquette (5"1/4 : 720 Ko, 3"1/2 : 1,44 Mo,
disquettes ZIP : 100 ou 250 Mo).

Supports de plus en plus marginalisés

V- L'enregistrement magnétique

6- Perspectives

Principales limitations des performances de l'enregistrement magnétique :

- le bruit magnétique dû aux fluctuations magnétiques entre 2 bits d'aimantations opposées; on ne pourra pas réduire indéfiniment la taille des bits et leur distance sans avoir des phénomènes de couplage des moments magnétiques,
- la distance disque - tête qui est limitée par les rugosités de surface des supports.

Cependant l'enregistrement magnétique garde l'avantage de capacités de stockage énormes, en particulier pour les bandes magnétiques.

Bibliographie

Internet

Ressources en électrotechnique : voir en particulier la rubrique « cours » : « récepteurs et générateurs

<http://stielec.ac-aix-marseille.fr/electrotech/ressources.htm>

- [1] Livres de première STI Génie électronique ou électrotechnique.
 - Collection Robert Mérat – René Moreau , Ed. Nathan (bleu)
 - R. Le Goff, M.C. Didier, J. Lafargue, Th. Lecourieux, G. Montastier. Ed. Nathan technique (blanc)Base de l'électromagnétisme.
- [2] A. Jameau, « Approche historique de quelques expériences d'électromagnétisme » , BUP n° 801, vol. 92 Fev. 98, pp 265-278.
Intéressant pour les expériences.
- [4] Encyclopédie universalis : existe en CDRom.
Par thème, d'un très bon niveau.
- [5] J. Ph. Perez, R. Carles, R. Fleckinger, « Electromagnétisme. Vide et milieux matériels. ». Ed. Masson
Très bon niveau (bac+4 et plus)
- [6] Etienne du Trémolet de Lacheisserie, « Magnétisme, I- Fondements, II-Matériaux et applications », Coll. Grenoble Sciences.
- [7] Michel Hulin, J.P. Maury, « Les bases de l'électromagnétisme », Ed. Dunod (91)
Clair, beaucoup d'interprétations physiques.
- [8] Guy Séguier, Francis Notelet, « Electrotechnique industrielle », 2^{ème} Ed., Tec et Doc, 1996